Institute of Philosophy
Russian Academy of Sciences

LOGICAL INVESTIGATIONS

Volume 22. Number 2

Moscow
2016

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт философии Российской академии наук

ЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Том 22. Номер 2

Москва
2016

ISSN 2074-1472 (Print)
ISSN 2413-2713 (Online)

Logical Investigations

Scientific-Theoretical Journal

2016. Volume 22. Number 2

Publisher: Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences

Frequency: 2 times per year

First issue: 1993; the journal is a redesigned continuation of the annual *Logical Investigations* that has been published since 1993 till 2015

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media (Roskomnadzor). The Mass Media Registration Certificate No. FS77-61228 on April 3, 2015

Abstracting and indexing: *Zentralblatt MATH*, *Mathematical Reviews*, *Ulrich's Periodicals Directory*

The journal is included in the list of peer-reviewed scientific editions acknowledged by the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation

Subscription index in the United Catalogue *The Russian Press* is 42046

All materials published in *Logical Investigations* undergo peer review process

Editorial address: 12/1 Goncharnaya St., Moscow 109240, Russian Federation
Tel.: +7 (495) 697-96-65
E-mail: logicalinvestigations@gmail.com
Website: http://eng.iph.ras.ru/log_inv.htm

ISSN 2074-1472 (Print)
ISSN 2413-2713 (Online)

Логические исследования

Научно-теоретический журнал

2016. Том 22. Номер 2

Редакционная коллегия

Международный редакционный совет

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Периодичность: 2 раза в год

Выходит с 1993 г.; журнал является прямым продолжением ежегодника «Логические исследования», издававшегося с 1993 по 2015 г.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-61228 от 03 апреля 2015 г.

Журнал реферируется и индексируется: *Mathematical Reviews*, *Zentralblatt MATH*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *РИНЦ*

Журнал включен в Перечень российских рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук (группа научных специальностей «09.00.00. – философские науки»)

Подписной индекс в Объединенном каталоге «Пресса России» — 42046

Публикуемые материалы прошли процедуру рецензирования и экспертного отбора

Адрес редакции: Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1, оф. 308
Тел.: +7 (495) 697-96-65
E-mail: `logicalinvestigations@gmail.com`
Сайт: `http://iph.ras.ru/login.htm`

TABLE OF CONTENTS

В НОМЕРЕ

Неклассическая логика

Философская логика

История логики

Логические исследования
2016. Т. 22. № 2. С. 9–26
УДК 510.64

Logical Investigations
2016, Vol. 22, No. 2, pp. 9–26
DOI: 10.21146/2074-1472-2016-22-2-9-26

Неклассическая логика
Non-classical Logic

Н.Л. Архиереев

Теоретико-множественная семантика для системы Гейтинга Int

Архиереев Николай Львович
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Российская Федерация, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
e-mail: arkh-nikolaj@yandex.ru

Рассматривается методика построения теоретико-множественных семантик для систем Льюиса S4, S5, не использующая понятий «возможный мир» и «модельная структура». Исходной является идея последовательной интерпретации каждого элементарного высказывания, входящего в формулу, в терминах $\{N, C, I\}$, т.е. в качестве логически истинного, логически недетерминированного, логически невозможного. В результате таких ограничений допустимых истинностных значений переменных формулы из исходного множества описаний состояний (о.с.) для неё исключаются некоторые о.с., т.е. на основе метаоценок $\{N, C, I\}$ на базе исходного множества о.с. для формулы образуются ограниченные, дополнительно ограниченные (для системы S5) и относительно ограниченные (для системы S4) множества описаний состояний и их семейства, выполняющие роль модельных структур традиционных семантик возможных миров. В качестве возможного мира при этом рассматривается классическое о.с. Предлагаемые семантики используют только традиционные для логики понятия истинности, ложности, совместимости/несовместимости высказываний по истинности/ложности и т.д. Кроме того, число ограниченных, дополнительно и относительно ограниченных множеств о.с. для произвольной формулы всегда конечно. В работе предлагаются алгоритмы характеризации и пересчёта подобных конструкций для формул с произвольным конечным числом переменных. На основе известного перевода МакКинси–Тарского формул системы Int в S4 предлагается теоретико-множественная семантика указанного типа для пропозиционального фрагмента системы Int. В качестве возможного мира рассматривается классическое о.с., а роль модельных структур семантик возможных миров выполняют конечные упорядоченные множества о.с. для формулы. При этом смысл интуиционистских связок моделируется в классическом по своим свойствам метаязыке с кванторами по о.с. и их множествам.

Ключевые слова: модальная логика, интуиционистская логика, модельная структура, множество описаний состояний

В работах [1, 2, 3, 4] были изложены основные принципы построения семантик для некоторых нормальных модальных систем, в которых не используются понятия «модельная структура», «возможный мир», «отношение достижимости между мирами», а смысл модальных понятий проясняется при помощи некоторых конечных упорядоченных множеств описаний состояний (далее — о.с.) для формулы с модальными операторами.

В настоящей статье делается попытка применить принципы построения семантик указанного типа для систем Льюиса S5, S4 к построению семантики для одной из основных систем интуиционистской логики — системы Гейтинга Int.

При построении семантики для пропозиционального фрагмента S5 исходной является идея последовательной интерпретации каждой пропозициональной переменной, входящей в формулу с модальными операторами, как обозначающей логически истинное (необходимое), логически недетерминированное (случайное) и логически ложное (невозможное) высказывание. Далее, некоторые конъюнкции логически недетерминированных высказываний могут дополнительно оцениваться как логически случайные или же невозможные (например, конъюнкция логически случайных высказываний «12 января 2018 года произойдёт мировой банковский кризис» и «12 января 2018 года мировой банковский кризис не произойдёт» очевидно должна оцениваться как логически невозможное высказывание). В результате таких ограничений допустимых истинностных значений элементарных высказываний из исходного множества о.с. W для формулы могут исключаться некоторые о.с. В частности, если переменная истолковывается как обозначающая логически истинное высказывание, то из W исключаются все о.с., содержащие $\neg p$; если переменная истолковывается как обозначающая логически ложное высказывание, то из W исключаются все о.с., содержащие p; если же переменная понимается как обозначающая логически недетерминированное (случайное) высказывание, то W может содержать последовательность о.с. «длины» от 2 до 2^n, в которой переменная хотя бы однажды меняет значение. Семантика, таким образом, является не истинностно-функциональной. Получаемые при этом ограниченные множества о.с. $\langle$ОГ$; W'\rangle$ и дополнительно ограниченные множества о.с. $\langle$ОГ$'; W''\rangle$ выполняют роль модельных структур семантик возможных миров, в качестве же возможного мира выступает классическое о.с. [6, 169–191].

Будем иметь в виду следующую формулировку S5.

Исходные символы: $\neg, \supset, \Box$ (отрицание, импликация, оператор необходимости соответственно — символы объектного языка), аксиомы и правила вывода К.И.В. (классического исчисления высказываний), а также модальные аксиомы системы — А1. $\Box$(A $\supset$ B) $\supset$ ($\Box$A $\supset$ $\Box$B), А2. $\Box$A $\supset$ A, А3. $\Diamond$A $\supset$ $\Box\Diamond$A и правило Гёделя (если $\vdash$ A, то $\vdash$ $\Box$A); символы $\boldsymbol{\neg}, \boldsymbol{\Rightarrow}, \boldsymbol{\Leftrightarrow}, \boldsymbol{\wedge}, \boldsymbol{\vee}, \boldsymbol{\forall}, \boldsymbol{\exists}, \boldsymbol{\in}$ являются символами метаязыка, в котором формулируются условия истинности/ложности формул системы S5; операторы $\boldsymbol{\neg}, \boldsymbol{\Rightarrow}, \boldsymbol{\Leftrightarrow}, \boldsymbol{\wedge}, \boldsymbol{\vee}, \boldsymbol{\forall}, \boldsymbol{\exists}, \boldsymbol{\in}$ трактуются как классические отрицание, импликация, эквивалентность, конъюнкция, дизъюнкция, квантор общности и существования соответственно (кванторы по о.с.), символ принадлежности некоторого элемента множеству; операторы возможности и случайности могут быть определены следующим образом: $\Diamond$A $\Leftrightarrow$ $\neg\Box\neg$A; ∇A $\Leftrightarrow$ $\Diamond$A $\wedge$ $\Diamond\neg$A.

При данном подходе в семантике выделяют оценки трёх типов и двух «уровней» (относительно отдельных о.с. либо их множеств W):

1) оценки формул к.л.в. в отдельных о.с. (двухзначные истинностно-функциональные или «чисто классические» оценки);

2) оценки формул, находящихся в области действия операторов $\Box$, $\Diamond$ (двухзначные не-истинностно-функциональные оценки, которые приписываются модальным формулам в множествах о.с.);

3) метаистолкования элементарных формул к.л.в. в терминах $\{N, C, I\}$ («логически необходимо», «логически случайно», «логически невозможно» соответственно), которые также осуществляются относительно множеств о.с. (трёхзначные не-истинностно-функциональные оценки).

Оценки типа 1 являются стандартными: $|p|_\alpha = t \Leftrightarrow p \in \alpha$; $|p|_\alpha = f \Leftrightarrow \neg p \in \alpha$; (при этом, в силу того, что о.с. является классическим, выполняются требования $\neg(p \in \alpha \wedge \neg p \in \alpha)$; $(p \in \alpha \vee \neg p \in \alpha))$; $|\neg B|_\alpha = t \Leftrightarrow |B|_\alpha = f$; $|\neg B|_\alpha = f \Leftrightarrow |B|_\alpha = t$; $|A \supset B|_\alpha = t \Leftrightarrow |A|_\alpha = f \vee |B|_\alpha = t$; $|A \supset B|_\alpha = f \Leftrightarrow |A|_\alpha = t \wedge |B|_\alpha = f$;

Оценки типа 2 толкуют операторы $\Box$, $\Diamond$ как кванторы $\forall$, $\exists$ по элементам множеств о.с. W:

$$|\Box B|_\alpha = t \Leftrightarrow \forall\alpha(\alpha \in W \Rightarrow |B|_\alpha = t);$$

$$|\Diamond B|_\alpha = t \Leftrightarrow \exists\alpha(\alpha \in W \wedge |B|_\alpha = t) \text{ и т. д.}$$

Поскольку при данном подходе в S5 различаются оценки только двух уровней, существенными оказываются только модальности первой степени — собственные для S5 модальности $\Box$, $\neg\Box$, $\Diamond$, $\neg\Diamond$. Итерированные модальности рассматриваются как фиктивные кванторы — кванторы по переменным, не имеющим вхождения в формулу.

Формула $\Box B$ *логически общезначима*, е.т.е. B общезначима в каждом $W \in 2^U$ (U есть 2^n-элементное множество о.с. для формулы).

Формула $\Box B$ *логически выполнима*, е.т.е. B общезначима в некотором $W \in 2^U$.

Формула $\Diamond B$ *логически общезначима*, е.т.е. B логически выполнима.

Метаоценки типа 3 приписывают элементарным формулам к.л.в. в множествах о.с. W одно из значений $\{N, C, I\}$ в зависимости от того, входит ли формула в каждое о.с. из этого множества без отрицания, с отрицанием или же по крайней мере однажды меняет значение в этом множестве о.с.:

1. $|p|_W = N \Leftrightarrow \forall\alpha(\alpha \in W \Rightarrow |p|_\alpha = t)$,
2. $|p|_W = I \Leftrightarrow \forall\alpha(\alpha \in W \Rightarrow |p|_\alpha = f)$,
3. $|p|_W = C \Leftrightarrow \exists\alpha(\alpha \in W \wedge |p|_\alpha = t) \wedge \exists\alpha(\alpha \in W \wedge |p|_\alpha = f)$.

Отметим, что в общем случае число истолкований переменных некоторой формулы в терминах $\{N, C, I\}$ удобно представлять в виде арифметической функции вида $C_n^0 \times 2^n + C_n^1 \times 2^{n-1} + C_n^2 \times 2^{n-2} + \ldots + C_n^k \times 2^{n-k} + C_n^n \times 2^0 = 3^n$, где $C_n^k \times 2^{n-k}$ —

число множеств о.с., в которых в качестве «случайных» толкуются к.-л. k $(0 \leq k \leq n)$ переменных; элементами данного класса эквивалентности будут 2^k-элементные множества о.с. Если, далее, символом $N(k)$ $(2 \leq k \leq n-1)$ обозначить число допустимых ограничений на образование конъюнкций k случайных переменных, то выражение, описывающее их общее число для формулы с произвольным конечным числом переменных n, примет вид: $2^U - [C_n^0 \times 2^n + C_n^1 \times 2^{n-1} + C_n^2 \times 2^{n-2} \times N(2) + C_n^3 \times 2^{n-3} \times N(3) + \ldots + C_n^k \times 2^{n-k} \times N(k) + \ldots + C_n^{n-1} \times 2^1 \times N(n-1) + C_n^n \times 2^0]$.

Например, для $n = 3$: $2^8 - [C_3^0 \times 2^3 + C_3^1 \times 2^2 + C_3^2 \times 2^1 \times 7 + C_3^3 \times 2^0] = 256 - 63 = 193$;

Для $n = 4$: $2^{16} - [C_4^0 \times 2^4 + C_4^1 \times 2^3 + C_4^2 \times 2^2 \times 7 + C_4^3 \times 2^1 \times 193 + C_4^4 \times 2^0] = 65536 - 1761 = 63775$;

Для $n = 5$: $2^{32} - [C_5^0 \times 2^5 + C_5^1 \times 2^4 + C_5^2 \times 2^3 \times 7 + C_5^3 \times 2^2 \times 193 + C_5^4 \times 2^1 \times 63775 + C_5^5 \times 2^0] = 4294967296 - 646143 = 4294321153$ и т. д.

При построении семантики данного типа для S4 исходной остаётся идея последовательной интерпретации переменных формулы в терминах $\{N, C, I\}$ и дополнительного истолкования конъюнкций двух и более «случайных» переменных как возможных (случайных) или невозможных. Однако поскольку в модельной структуре для S4 уже не «каждый мир достижим из каждого», существенным оказывается понятие выделенного мира, т.е указанные интерпретации осуществляются относительно каждого отдельного о.с. для формулы. Кроме того, поскольку значимыми в S4 являются итерированные модальности, допустимы и итерированные метаистолкования переменных в терминах $\{N, C, I\}$. Получаемые в результате таких истолкований конечные множества о.с. и их множества различной степени $\langle \text{ОГ}'_n; \alpha_i; W''_n \rangle$, $(n \geq 1)$ называются относительно ограниченными множествами о.с. (ОГОСами) и выполняют роль модельных структур семантик возможных миров для S4 [6, с. 169–191],[2].

Будем иметь в виду следующую формулировку S4. Исходные символы объектного языка : $\neg, \supset, \Box$; символы метаязыка, в котором формулируются условия истинности/ложности формул системы S4: $\neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \wedge, \vee, \forall, \exists, \in$; при этом кванторы $\forall, \exists$ пробегают не только по отдельным о.с, но и по конечным множествам о.с.; аксиомами

S4 являются аксиомы и правила вывода К.И.В., а также аксиомы A1. $\Box(\mathrm{A} \supset \mathrm{B}) \supset (\Box \mathrm{A} \supset \Box \mathrm{B})$, A2. $\Box A \supset A$, A3. $\Box A \supset \Box\Box A$ и правило Гёделя. Как и в семантике для S5, имеются три типа оценок:

1) оценки формул к.л.в. в отдельных о.с. (двухзначные истинностно-функциональные или «чисто классические» оценки);

2) оценки формул, находящихся в области действия модальных операторов (двухзначные не-истинностно-функциональные оценки, которые приписываются в множествах о.с.); условия истинности и ложности формул с модальностями первой степени совпадают с аналогичными условиями для S5; при этом собственные для S4 итерированные модальности вида $\Box\Diamond$, $\Diamond\Box$, $\Diamond\Box\Diamond$, $\Box\Diamond\Box$ рассматриваются как кванторы по множествам и множествам множеств о.с., и значения формулам с данными модальностями приписываются в множествах соответствующего «уровня»:

$$|\Box\Diamond B|_{W_2} = t \Leftrightarrow \forall W_1(W_1 \in W_2 \Rightarrow |\Diamond B|_{W_1} = t);$$

$$|\Diamond\Box B|_{W_2} = t \Leftrightarrow \exists W_1(W_1 \in W_2 \land |\Box B|_{W_1} = t);$$

$$|\Box\Diamond\Box B|_{W_3} = t \Leftrightarrow \forall W_2(W_2 \in W_3 \Rightarrow |\Diamond\Box B|_{W_2} = t);$$

$$|\Diamond\Box\Diamond B|_{W_3} = t \Leftrightarrow \exists W_2(W_2 \in W_3 \land |\Box\Diamond B|_{W_2} = t).$$

(Для отрицательных модальностей определения аналогичны);

3) метаистолкования формул к.л.в. в терминах $\{N, C, I\}$, которые также осуществляются относительно множеств о.с. (трёхзначные не-истинностно-функциональные оценки); наличие существенных итерированных модальностей в S4 предполагает возможность вторичных метаистолкований формул к.л.в. в терминах $\{N, C, I\}$. Метаоценки N, I могут повторно истолковываться только как N, метаоценка C может истолковываться как N либо C, т.е. для произвольной элементарной формулы p_i справедливы утверждения: $Np_i \lor Ip_i \Rightarrow NNp_i \lor NIp_i$; $Cp_i \Rightarrow NCp_i \lor CCp_i$. При этом если $\mathrm{O}\Gamma'_2$ некоторого $\langle \mathrm{O}\Gamma'_2; \alpha_i; W''_2 \rangle$ содержит для некоторой переменной p_i истолкование NCp_i, то элементами W''_2 будут только такие множества о.с. W''_1, в каждом из которых p_i по крайней мере однажды меняет значение. Если же в $\mathrm{O}\Gamma'_2$ содержится интерпретация CCp_i, то в

W_2'' она будет представлена тройкой множеств о.с., соответствующей истолкованию $NCp_i \vee Np_i \vee Ip_i$.

Пример. Рассмотрим о.с. $\alpha_1 = \{p, q\}$ и все $\langle \text{ОГ}_1'; \alpha_1; W_1'' \rangle$ для него:

1. $\langle \{Np, Nq\}; \{p, q\}; \{\{p, q\}\} \rangle$;
2. $\langle \{Np, Cq\}; \{p, q\}; \{\{p, q\}\{p, \neg q\}\} \rangle$;
3. $\langle \{Cp, Nq\}; \{p, q\}; \{\{\neg p, q\}\{p, q\}\} \rangle$;
4. $\langle \{Cp, Cq\}; \{p, q\}; \{\{p, q\}\{p, \neg q\}\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\} \rangle$.

Число $\langle \text{ОГ}_1'; \alpha_i; W_1'' \rangle$ по отдельному α_i удобно представлять в виде арифметической функции $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^k + \ldots + C_n^n = 2^n$. Слагаемое C_n^k обозначает число W_1'', в которых k переменных толкуются как «случайные»; каждое такое множество содержит 2^k о.с.

Множество 2 порождает два кластера второй степени:
$\langle \{NNp, NCq\}; \{p, q\}; \{\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\}\} \rangle$;
$\langle \{NNp, CCq\}; \{p, q\}; \{\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\}; \{\{p, q\}\}; \{\{p, \neg q\}\}\} \rangle$.

Тройка множеств о.с. в последнем кластере соответствует метаистолкованию $NCq \vee Nq \vee Iq$.

Множество 4 порождает четыре кластера второй степени:

1. $\langle \{NCp, NCq\}; \{p, q\}; \{\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\}\} \rangle$
2. $\langle \{NCp, CCq\}; \{p, q\}; \{\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\};$ $\{\{p, q\}\{\neg p, q\}\}; \{\{p, \neg q\}\{\neg p, \neg q\}\}\} \rangle$
3. $\langle \{CCp, NCq\}; \{p, q\}; \{\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\};$ $\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\}; \{\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\}\} \rangle$
4. $\langle \{CCp, CCq\}; \{p, q\}; \{1.\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\};$ $2.\{\{p, q\}\{\neg p, q\}\}; 3.\{\{p, \neg q\}\{\neg p, \neg q\}\}; 4.\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\};$ $5.\{\{\neg p, q\}\{\neg p, \neg q\}\}; 6.\{\{p, q\}\}; 7.\{\{p, \neg q\}\}; 8.\{\{\neg p, q\}\};$ $9.\{\{\neg p, \neg q\}\}\} \rangle$

Каждое множество о.с. с некоторым номером в последнем $\langle \text{О}\Gamma_2'; \alpha_i; W_2'' \rangle$ соответствует элементу дизъюнкции с тем же номером $1.NCp \wedge NCq \vee 2.NCp \wedge Nq \vee 3.NCp \wedge Iq \vee 4.Np \wedge NCq \vee 5.Ip \wedge NCq \vee 6.Np \wedge Nq \vee 7.Np \wedge Iq \vee 8.Ip \wedge Nq \vee 9.Ip \wedge Iq$. Число $\langle \text{О}\Gamma_2'; \alpha_i; W_2'' \rangle$ по отдельному α_i в общем случае определяется выражением: $C_n^0 \times 2^0 + C_n^1 \times 2^1 + C_n^2 \times 2^2 + \ldots + C_n^k \times 2^k + \ldots + C_n^n \times 2^n = 3^n$.

Слагаемое $C_n^k \times 2^k$ $(0 \leq k \leq n)$ представляет число $\langle \text{О}\Gamma_2'; \alpha_i; W_2'' \rangle$, порождённых кластерами первой степени с k случайными переменными. Если все k переменных истолковываются как CC, то W_2'' этого $\langle \text{О}\Gamma_2'; \alpha_i; W_2'' \rangle$ будет представлять собой 3^k-элементное множество множеств о.с. с «размерностью» элементов от 2^n до 2^k. Так, W_2 последнего из вышеприведённых ОГОСов представляет собой 9-элементное множество множеств о.с. При этом размерность элементов W_2 (множеств о.с.) варьируется от 2^n до 2^0. (Замечание: если некоторый $\langle \text{О}\Gamma_1'; \alpha_i; W_1'' \rangle$ содержит ограничения на образование конъюнкций двух и более «случайных» переменных, то при повторных интерпретациях все метаистолкования C данного кластера толкуются либо как NC, либо как CC. Поскольку в общем случае метаистолкованию двух и более переменных в качестве случайных может соответствовать любая последовательность о.с. длины от 2 до 2^n, то при соблюдении данного условия результирующие множества W_2 будут отличаться по крайней мере одним элементом.)

При итерированных метаистолкованиях более высоких степеней сохраняется принцип $Np_i \vee Ip_i \Rightarrow NNp_i \vee NIp_i$; $Cp_i \Rightarrow NCp_i \vee CCp_i$. Например, одним из возможных $\langle \text{О}\Gamma_3'; \alpha_i; W_3'' \rangle$ относительно четвёртого из вышеприведённых $\langle \text{О}\Gamma_2'; \alpha_i; W_2'' \rangle$ будет $\langle \{NCCp, CCCq\}; \{p,q\}; 1.[\{\{p,q\}\{p,\neg q\}\{\neg p,q\}\{\neg p,\neg q\}\}; \{\{p,q\}\{\neg p,q\}\}; \{\{p,\neg q\}\{\neg p,\neg q\}\}; \{\{p,q\}\{p,\neg q\}\}; \{\{\neg p,q\}\{\neg p,\neg q\}\}; \{\{p,q\}\}; \{\{p,\neg q\}\}; \{\{\neg p,q\}\}; \{\{\neg p,\neg q\}\}]; 2.[\{\{p,q\}\{\neg p,q\}\}; \{\{p,q\}\}; \{\{\neg p,q\}\}]; 3.[\{\{p,\neg q\}\{\neg p,\neg q\}\}; \{\{p,\neg q\}\}; \{\{\neg p,\neg q\}\}] \rangle$.

Каждое множество в данном $\langle \text{О}\Gamma_3'; \alpha_i; W_3'' \rangle$ соответствует элементу дизъюнкции с тем же номером $1.NCCp \wedge NCCq \vee 2.NCCp \wedge Nq \vee 3.NCCp \wedge Iq$.

Формула $\Box\Diamond\Box(p \supset q)$ будет истинной в данном W_3, поскольку $\forall W_2(W_2 \in W_3 \Rightarrow \exists W_1(W_1 \in W_2 \wedge \forall\alpha(\alpha \in W_1 \Rightarrow |p \supset q|_\alpha = t)))$.

Общее число $\langle \text{ОГ}'_3; \alpha_i; W''_3 \rangle$ по отдельному α_i описывается арифметической функцией вида: $C_n^0 \times 3^0 + C_n^1 \times 3^1 + C_n^2 \times 3^2 + \ldots + C_n^k \times 3^k + \ldots + C_n^n \times 3^n = 4^n$, где слагаемое $C_n^k \times 3^k$ представляет число $\langle \text{ОГ}'_3; \alpha_i; W''_3 \rangle$, порождаемых теми кластерами первой степени, в каждом из которых в качестве «случайных» истолковываются к.-л. k переменных $0 \leq k \leq n$. Элементами таких W_3 будут объекты предыдущего уровня, т.е. 3^k-элементные множества множеств о.с. $0 \leq k \leq n$.

Сказанное о способе порождения конструкций $\langle \text{ОГ}'_n; \alpha_i; W''_n \rangle$, числе и типе их элементов можно обобщить следующим образом:

$\langle \text{ОГ}'_1; \alpha_i; W''_1 \rangle$: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^k + \ldots + C_n^n = 2^n$

$\langle \text{ОГ}'_2; \alpha_i; W''_2 \rangle$: $C_n^0 \times 2^0 + C_n^1 \times 2^1 + C_n^2 \times 2^2 + \ldots + C_n^k \times 2^k + \ldots + C_n^n \times 2^n = 3^n$

$\langle \text{ОГ}'_3; \alpha_i; W''_3 \rangle$: $C_n^0 \times 3^0 + C_n^1 \times 3^1 + C_n^2 \times 3^2 + \ldots + C_n^k \times 3^k + \ldots + C_n^n \times 3^n = 4^n$

Степень кластера	Число случайных переменных в ОГ	Число элементов в W	Тип элементов W
$\langle \text{ОГ}'_1; \alpha_i; W''_1 \rangle$	$0 \leq i \leq n$ (n — число переменных в формуле)	2^i	о. с.
$\langle \text{ОГ}'_2; \alpha_i; W''_2 \rangle$	$0 \leq k \leq i$	3^k	множества о. с.
$\langle \text{ОГ}'_3; \alpha_i; W''_3 \rangle$	$0 \leq m \leq k$	3^m	множества множеств о. с.

Для кластеров произвольной конечной степени искомый алгоритм примет вид:

$\langle \text{ОГ}'_R; \alpha_i; W''_R \rangle$: $C_n^0 \times R^0 + C_n^1 \times R^1 + C_n^2 \times R^2 + \ldots + C_n^k \times R^k + \ldots + C_n^n \times R^n = (R+1)^n$.

Однако, как нетрудно убедиться, конструкции степени > 3 не несут никакой новой информации о допустимых значениях переменных и их конъюнктивных сочетаниях. Таким образом, тот факт, что в S4 отсутствуют собственные итерированные модальности степени > 3, естественным образом отражён в самом способе построения данной семантики.

Предложенные семантики полны и непротиворечивы относительно исчислений S5, S4 [2].

В основу дальнейшего изложения положим процедуру перевода исчисления Гейтинга в модальную систему S4, предложенную в 1948 году Дж. МакКинси и А. Тарским. Пусть ψ — функция перевода. Тогда, в зависимости от степени сложности интуиционистской формулы, её перевод в S4 будет выглядеть следующим образом:

1. $\psi(p) = \Box p$, где p — пропозициональная переменная
2. $\psi(\neg A) = \Box\neg\psi(A)$, где A — произвольная формула
3. $\psi(A \wedge B) = \psi(A) \wedge \psi(B)$
4. $\psi(A \vee B) = \psi(A) \vee \psi(B)$
5. $\psi(A \supset B) = \Box(\psi(A) \supset \psi(B))$

«Произвольная формула A языка интуиционистской логики доказуема в исчислении Гейтинга тогда и только тогда, когда её перевод $\psi(A)$ доказуем в модальной системе S4» [5, с. 122–131].

При данном переводе, таким образом, все формулы системы Int, включая элементарные, рассматриваются как модальные. Отрицание и импликация системы Int рассматриваются как модальные понятия второй степени.

Поскольку настоящий перевод формул Int в S4 толкует как модальные все формулы, включая элементарные, значения им приписываются не в отдельных о.с., а в их множествах. Как и в семантике для S4, различаются 3 группы значений:

1) пара классических («слабых») значений $\{t, f\}$. Значения $\{t, f\}$ приписываются в отдельных о.с. элементарным формулам и выполняют сугубо вспомогательную функцию — служат для выражения смысла интуиционистских понятий системы; для обозначения классического значения f будем использовать символ метаязыка $\neg$ («фактическое» или «слабое» отрицание); для обозначения

«сильной» («инуиционистской») ложности будем использовать символ объектного языка $\sim$. Интуиционистская ложность, как и интуиционистская истинность, подчиняется принципу монотонности (сохранности): если высказывание оценено в некотором мире как истинное или ложное в сильном смысле, то оно сохраняет своё значение во всех мирах, достижимых из данного. Слабая («фактическая») ложность не подчиняется принципу сохранности. Однако оба типа ложности выполняют требование обратной сохранности: высказывание, оцененное как ложное (в сильном или слабом смысле) в настоящий момент, было ложным всегда (в сильном или слабом смысле);

2) тройка «интуиционистских» (мета)значений $\{T, R, F\}$ («достоверно истинно», «опровержимо» — refutable, «достоверно ложно»). F — «интуиционистская ложность», соответствующая операции $\sim$, «сильный напарник» T, подчиняющийся, как и T, принципу монотонности, R — «опровержимость», «слабая ложность» — аналог «фактического» отрицания, для которого выполняется только принцип обратной и не выполняется принцип прямой сохранности. Выделенным значением является T;

3) тройка метаистолкований допустимых значений переменных в терминах $\{N, C, I\}$; в силу принципа монотонности переменная, входящая в исходное о.с. без символа $\neg$, может иметь только метазначение N. (Если исходное о.с. не содержит ни одной переменной с метаотрицанием, допустимым относительно него оказывается только метаистолкование $Np_1 \dots Np_n$.) Переменная, входящая в исходное о.с. с классическим (мета)отрицанием, может принимать метазначения C или I. (Если исходное о.с. содержит k ($1 \leq k \leq n$, n — число переменных в формуле) переменных с метаотрицаниями, допустимыми относительно него оказываются 2^k метаистолкований «от» $Ip_1 \dots Ip_k$ «до» $Cp_1 \dots Cp_k$.) Метаистолкованию Cp_i может соответствовать любое W_n «размерности» от 2^1 до 2^k, в котором p_i по крайней мере однажды меняет значение. Как и ранее, если две или более переменные имеют метазначение C, рассматриваются все возможные ограничения на образование их конъюнкций. В результате всех последовательных метаистолкований допустимых значений переменных и их сочетаний в терминах $\{N, C, I\}$ относительно каждого о.с.

для формулы получаем множество конструкций вида $\langle \text{О}\Gamma'_n; \alpha_i; W''_n \rangle$, которые выполняют функцию модельных структур семантики возможных миров для системы Int. Очевидно при этом, что моделями Int будет ровно половина моделей S4.

Будем иметь в виду следующую формулировку Int: исходные символы $\sim$, $\to$,$\wedge$, $\vee$ — сильное отрицание, импликация системы Int, конъюнкция и дизъюнкция системы Int; символы $\neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \wedge, \vee, \forall, \exists, \in$ являются символами метаязыка, в котором формулируются условия истинности/ложности формул системы Int; аксиомами системы будут все аксиомы к.и.в. за исключением $\sim\sim A \to A$, вместо которой вводится $\sim A \to (A \to B)$. Правилами вывода Int «являются правила вывода классического исчисления предложений» [5, 122–131].

Формулам системы Int следующим образом приписываются значения в данной семантике:

Переменная обычным образом принимает значение t или f в о.с. в зависимости от того, входит ли в о.с. она сама или её метаотрицание: $|p|_\alpha = t \Leftrightarrow p \in \alpha$; $|p|_\alpha = f \Leftrightarrow \neg p \in \alpha$;

1. $|A|_{W_1} = T \Leftrightarrow \forall\alpha(\alpha \in W_1 \Rightarrow |A|_\alpha = t)$;

2. $|A|_{W_1} = R \Leftrightarrow \exists\alpha(\alpha \in W_1 \wedge |A|_\alpha = f)$;

3. $|A|_{W_2} = F \Leftrightarrow | \sim A|_{W_2} = T \Leftrightarrow \forall W_1(W_1 \in W_2 \Rightarrow |A|_{W_1} = R)$.

Таким образом, значения T и F в данной семантике «несимметричны»: если истинность некоторой формулы определяется в множестве уровня W_n, то её (сильная) ложность определяется в множестве следующего уровня W_{n+1}; в W_n устанавливается только её слабая ложность (опровержимость);

4. $| \sim A|_{W_2} = R \Leftrightarrow \exists W_1(W_1 \in W_2 \wedge |A|_{W_1} = T)$;

5. $| \sim A|_{W_3} = F \Leftrightarrow | \sim\sim A|_{W_3} = T \Leftrightarrow \forall W_2(W_2 \in W_3 \Rightarrow | \sim A|_{W_2} = R)$.

Попытаемся продолжить процесс навешивания отрицаний:

$| \sim\sim A|_{W_3} = R \Leftrightarrow \exists W_2(W_2 \in W_3 \wedge | \sim A|_{W_2} = T)$;

$| \sim\sim A|_{W_4} = F \Leftrightarrow | \sim\sim\sim A|_{W_4} = T \Leftrightarrow \forall W_3(W_3 \in W_4 \Rightarrow \exists W_2(W_2 \in W_3 \wedge | \sim A|_{W_2} = T))$, — в силу принятых в классической логике правил удаления кванторов последнее определение эквивалентно определению 3, поэтому «нет надобности рассматривать более двух последовательных отрицаний» [5, с. 122–131].

6. $|A \wedge B|_{W_1} = T \Leftrightarrow (|A|_{W_1} = T \wedge |B|_{W_1} = T)$;

7. $|A \wedge B|_{W_1} = R \Leftrightarrow (|A|_{W_1} = R \vee |B|_{W_1} = R)$;

8. $|A \wedge B|_{W_2} = F \Leftrightarrow | \sim (A \wedge B)_{W_2} = T \Leftrightarrow \forall W_1(W_1 \in W_2 \Rightarrow (|A|_{W_1} = R \vee |B|_{W_1} = R))$;

9. $|A \vee B|_{W_1} = T \Leftrightarrow (|A|_{W_1} = T \vee |B|_{W_1} = T)$;

10. $|A \vee B|_{W_1} = R \Leftrightarrow (|A|_{W_1} = R \wedge |B|_{W_1} = R)$;

11. $|A \vee B|_{W_2} = F \Leftrightarrow | \sim (A \vee B)|_{W_2} = T \Leftrightarrow (|A|_{W_2} = F \wedge |B|_{W_2} = F) \Leftrightarrow (| \sim A|_{W_2} = T \wedge | \sim B|_{W_2} = T)$;

12. $|A \to B|_{W_2} = T \Leftrightarrow \forall W_1(W_1 \in W_2 \Rightarrow (|A|_{W_1} = T \Rightarrow |B|_{W_1} = T))$ или, поскольку импликация $\Rightarrow$ рассматривается как материальная:

12′. $|A \to B|_{W_2} = T \Leftrightarrow \forall W_1(W_1 \in W_2 \Rightarrow (|A|_{W_1} = R \vee |B|_{W_1} = T))$;

13. $|A \to B|_{W_2} = R \Leftrightarrow \exists W_1(W_1 \in W_2 \wedge (|A|_{W_1} = T \wedge |B|_{W_1} = R))$;

14. $|A \to B|_{W_3} = F \Leftrightarrow | \sim (A \to B)|_{W_3} = T \Leftrightarrow \forall W_2(W_2 \in W_3 \Rightarrow (|A \to B|_{W_2} = R))$.

Формула B *выполнима в* Int, е.т.е. B принимает значение T в некотором W_n $n \geq 1$.

Формула B *общезначима в* Int, е.т.е. B принимает значение T в каждом W_n $n \geq 1$.

Приведённых определений достаточно, чтобы показать необщезначимость в Int ряда законов классической логики.

Формула $\sim A \vee A$ не общезначима в Int. Рассмотрим $\langle \text{ОГ}'_1; \alpha_i; W''_1\rangle$ с характеристиками $\langle CA; \{\neg A\}; \{\{\neg A\}\{A\}\}\rangle$ и один из возможных относительно него $\langle \text{ОГ}'_2;\ \alpha_i;\ W''_2\rangle$: $\langle CCA;\ \{\neg A\};\ \{\{\{\neg A\}\{A\}\};\ \{\{\neg A\}\};\ \{\{A\}\}\}\rangle$.

A опровержима в W_1, $\sim A$ опровержима в W_2 ,т.к. множество $\{\{A\}\}$ не содержит ни одного о.с., в котором A принимала бы значение f.

Формула $\sim (A \to B) \to (\sim A \vee \sim B)$ не общезначима в Int.

Пусть исходным о.с. является $\{\neg A, \neg B\}$, формулы A и B имеют значение R и при этом конъюнкции $A \wedge B$, $\neg A \wedge \neg B$ рассматриваются как невозможные. Таким образом, мы имеем $W_1 = \{\{A, \neg B\}, \{\neg A, B\}\}$ с характеристиками:

$$\langle\{CA, CB, I(A \wedge B), C(A \wedge \neg B), C(\neg A \wedge B), I(\neg A \wedge \neg B);\ \{\neg A, \neg B\};\ \{\{A, \neg B\}, \{\neg A, B\}\}\rangle.$$

Пусть, далее, все формулы, имеющие истолкования C, повторно истолковываются как случайные:

$$\langle\{CCA, CCB, NI(A \wedge B), CC(A \wedge \neg B), CC(\neg A \wedge B), NI(\neg A \wedge \neg B);\ \{\neg A, \neg B\}; \{\{A, \neg B\}, \{\neg A, B\}\};\ \{\{A, \neg B\}\};\ \{\{\neg A, B\}\}\rangle.$$

В каждом элементе данного W_2 формула $A \wedge B$ опровержима, т.е.

$|\sim (A \wedge B)|_{W_2} = T$, но при этом $|\sim A|_{W_2} = R$, $|\sim B|_{W_2} = R$.

Формула $(\sim A \vee \sim B) \to \sim (A \wedge B)$ будет законом Int: истинность $(\sim A \vee \sim B)$ в некотором W_2 означает, что $|\sim A|_{W_2} = T$ или $|\sim B|_{W_2} = T$, т.е. в *каждом* $W_1 \in W_2$ по крайней мере одна из формул A или B имеет значение R. Истинность $\sim (A \wedge B)$ вытекает из этого факта, так сказать, «по построению».

Формула $(A \to B) \to (\sim A \vee B)$ не общезначима в Int (интуиционистская импликация не выразима через суперпозицию сильного отрицания и дизъюнкции).

Рассмотрим $\langle \text{О}\Gamma_1'; \alpha_i; W_1'' \rangle$ с характеристиками

$$\langle\{CA, CB, C(A \wedge B), I(A \wedge \neg B), I(\neg A \wedge B), C(\neg A \wedge \neg B);\ \{\neg A, \neg B\};\ \{\{A, B\}\{\neg A, \neg B\}\}\rangle.$$

Одним из допустимых относительно него W_2 будет $\{\{\{A, B\}\{\neg A, \neg B\}\}\{\{A, B\}\}; \{\{\neg A, \neg B\}\}\}$. Согласно определениям 12, 12$'$, формула $(A \to B)$ принимает значение T в W_2. Однако в том же W_2 формула $\sim A$ опровержима (опровергающее множество о.с. — $\{\{A, B\}\}$), а в исходном W_1 опровержима формула B.

Формула $(\sim A \vee B) \to (A \to B)$ общезначима в Int. Истинность $(\sim A \vee B)$ означает выполнение по крайней мере одного из условий: $|B|_{W_1} = T$ или $|\sim A|_{W_2} = T$ (формула B истинна в исходном W_1 или формула A опровержима в каждом элементе W_1 множества W_2, построенного на основе исходного); в обоих случаях формула $(A \to B)$ истинна.

Формула $\sim\sim A \to A$ не общезначима в Int.

Рассмотрим множество W_1 с характеристиками $\langle CA;\ \{\neg A\};\ \{\{\neg A\}\{A\}\}\rangle$ и одно из допустимых относительно него множеств 3 степени $\langle NCCA; \{\neg A\}; \{\{\{\{\neg A\}\{A\}\}; \{\{\neg A\}\}; \{\{A\}\}\}\}\rangle$ — для каждого элемента одноэлементного множества $\{\{\{\{\neg A\}\{A\}\}; \{\{\neg A\}\}; \{\{A\}\}\}\}$ выполняется условие $\forall W_2(W_2 \in W_3 \Rightarrow |\sim A|_{W_2} = R)$, т.е. $\sim\sim A$ истинна в данном W_3. Однако в исходном множестве $\{\{\neg A\}\{A\}\}$ формула A опровержима.

Формула $\sim A \to (A \to B)$ общезначима в Int: пусть $|B|_{W_1} = T$; в этом случае исходная формула истинна независимо от значений $\sim A$ и A. Пусть $|\sim A|_{W_2} = T$; следовательно, в каждом элементе W_1 данного W_2 формула A опровержима, импликация $A \to B$ истинна независимо от значения B, и формула $\sim A \to (A \to B)$ истинна. Предположим далее, что $|\sim A|_{W_2} = R$, $|A|_{W_1} = R$; поскольку значения формул $\sim A$, A не являются выделенными, исходная формула будет истинной независимо от значения B. Пусть, наконец, $|A|_{W_1} = T$, $|B|_{W_1} = R$; в W_2, построенном на основе такого W_1, $A \to B$ будет опровержимой. Однако опровержимой в этом W_2 будет и формула $\sim A$, соответственно формула $\sim A \to (A \to B)$ будет истинной.

Построенная семантика полна и непротиворечива относительно исчисления Int. Доказательство опускается.

Список литературы

[1] *Архиереев Н.Л.* Трёхзначная не-истинностно-функциональная модальная логика // Логико-философские исследования. Вып. 4. М.: Изд-во Моск. гуманитар. ун-та, 2010. С. 123–130.

[2] *Архиереев Н.Л.* Логические модальности как арифметические функции // Логические исследования. 2010. № 16. С. 3–22.

[3] *Бочаров В.А.*, *Маркин В.И.* Введение в логику М.: ИД ФОРУМ, 2008. 354 с.

[4] *Войшвилло Е.К.* Содержательный анализ модальностей S4 и S5 // Филос. науки. 1983. № 3. С. 76–80.

[5] *Гейтинг А.* Интуиционизм. М.: URSS, 2010. 162 с.

[6] *Ивлев Ю.В.* Модальная логика. М.: Изд-во МГУ, 1991. 221 с.

N.L. Arkhiereev

Set-theoretic Semantics for Heyting's System Int

Arkhiereev Nikolai L'vovich
Bauman Moscow State Technical University
5/1 Baumanskaya 2-ya St., Moscow, 105005, Russian Federation
e-mail: arkh-nikolaj@yandex.ru

The article aims at analysis of the new method of construction of set-theoretic semantics for Lewis's systems S4, S5, which doesn't use such notions as 'possible world' and 'model structure'. The initial idea is to interpret each elementary proposition occurring in some formula in the terms $\{N, C, I\}$, i.e. as logically true, logically indeterminate, logically impossible. Such restrictions of possible truth values of the variables of some formula lead to certain restrictions of the original set of state descriptions (s.d.) for the formula, namely on the basis of metavaluations $\{N, C, I\}$ restricted, additionally and relatively restricted sets of state descriptions (RSSD, ARSSD, RRSSD respectively) are constructed. These sets substitute model structures of the semantics of possible worlds. The possible world is interpreted as classical s.d. The proposed semantics involves only traditional logical notions such as truth, false, (in)compatibility of the truth values of elementary propositions etc. Besides that the number of RSSD, ARSSD, RRSSD for the formula is always finite. The algorithms of characterization and enumeration of such constructions for the formula are proposed in the article. On the basis of the translation of formulae Int into S4 implemented by McKinsey, Tarski set-theoretic semantics of the same sort for Int is also proposed. The possible world in this semantics is interpreted as classical s.d, and model structures are substituted by finite ordered sets of s.d. Sense of intuitionistic logical connectives is modeled by classical metalanguage with quantifires over s.d. and their sets.

Keywords: modal logic, intuitionistic logic, model structure, set of state-descriptions

References

[1] Arkhiereev, N.L. "Trekhznachnaya ne-istinnostno-funktsional'naya modal'naya logika" [Three-valued non-truth-functional modal logic], *Logiko-filosofskie issledovaniya* [Logical and Philosophical Studies], vol. 4. Moscow: Moscow Univ. for the Humanities Publ., 2010, pp. 123–130. (In Russian)

[2] Arkhiereev, N. L. "Logicheskie modal'nosti kak arifmeticheskie funktsii" [Logical Modalities as Arithmetical Functions], *Logicheskie issledovanija*, 2010, Vol. 16, pp. 3–22. (In Russian)

[3] Bocharov, V.A., Markin, V.I. *Vvedenie v logiku* [Introduction to logic]. Moscow: FORUM, 2008. 354 pp. (In Russian)

[4] Voishvillo, E. K. "Soderzhatel'nyi analiz modal'nostei S4 i S5" [Content Analysis of the Modalities in S4, S5], *Filosofskie nauki*, 1983, Vol. 3, pp. 76–80. (In Russian)

[5] Geiting, A. *Intuishionizm* [Intuitionism]. Moscow: URSS Publ., 2010, 162 pp. (In Russian)

[6] Ivlev, Yu. V. *Modal'naya logika* [Modal logic]. Moscow: Moscow St. Univ. Publ., 1991, 221 pp. (In Russian)

Логические исследования
2016. Т. 22. № 2. С. 27–58
УДК 164.07+510.635

Logical Investigations
2016, Vol. 22, No. 2, pp. 27–58
DOI: 10.21146/2074-1472-2016-22-2-27-58

Л.Ю. Девяткин

Неклассические модификации многозначных матриц классической логики. Часть I

Девяткин Леонид Юрьевич
Институт философии РАН
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1
e-mail: `leoniddevyatkin@gmail.com`

Данная статья является первой в дилогии, посвященной многозначным матрицам классической пропозициональной логики как инструменту построения и анализа неклассических логик, и носит преимущественно обзорный характер. Сначала я анализирую три подхода к ответу на вопрос, когда многозначная матрица задает классическую логику, основанные на понятиях теории, логического следования с сингулярными заключениями, а также следования со множественными заключениями. Далее, я рассматриваю матрицы неклассических логик, являющиеся функциональными расширениями многозначных матриц классической логики. Приводятся примеры отдельных матриц, а также их классов. Изучаются их функциональные свойства. В число рассматриваемых примеров входят матрицы трехзначных логик Поста, Лукасевича, Бочвара и другие. Также, рассматривается класс матриц, задающих логики формальной противоречивости (LFI). На основе дуальности между паранепротиворечивыми и параполными логиками строится класс матриц, задающих логики формальной неопределенности (LFU). Кроме того, рассматривается класс четырехзначных матриц, сочетающих формальную противоречивость и формальную неопределенность. В заключительной части статьи изучается класс матриц, задающих паранепротиворечивые логики, которые не являются логиками формальной противоречивости.

Ключевые слова: многозначные логики, логические матрицы, паранепротиворечивость, параполнота

1. Введение

Многозначные логики важная область современных логических исследований. Один из наиболее полезных инструментов построения многозначных логик — это логические матрицы. Однако, как отмечали многие авторы, не все многозначные матрицы задают многозначную логику. В действительности, существует бесконечный класс многозначных матриц, являющихся матрицами классической пропозициональной логики. На первый взгляд, такие матрицы избыточны по отношения к двузначной матрице классической логики, и поэтому не представляют большого интереса. Однако это не так. Многозначные матрицы классической логики имеют большое значение для построения и анализа подлинно многозначных логик. Здесь стоит выделить два направления. Во-первых, можно построить матрицу неклассической логики, добавив к матрице классической логики одну или несколько неклассических операций. Примером может служить логика Бочвара, в которой используется два сорта операций — классические «внешние» и неклассические «внутренние». Вовторых, можно оставить операции классической матрицы без изменений, но модифицировать класс значений, которые интерпретируются как «истина». Так получается, в частности, матрица трехзначной логики Гейтинга. В литературе имеется достаточно примеров отдельных матриц первого и второго типов и даже их классов. Однако их систематической исследование, насколько известно автору, никогда не проводилось. Задача данной работы — заложить основу для такого исследования.

Дальнейшая структура статьи такова. В оставшейся части введения я даю необходимые определения и рассматриваю ряд общих методологических вопросов. Второй раздел посвящен функциональным расширениям матриц классической логики. Его задача — проиллюстрировать масштаб класса логик, которые могут быть построены подобным образом. Здесь я описываю известные по литературе примеры таких матриц, конструирую новые примеры, а также показываю, что многие многозначные матрицы, авторы которых исходили из совершенно других предпосылок, имеют эквивалентные формулировки в виде модификаций матриц классической логики.

Перед тем как перейти к рассмотрению матриц, задающих классическую логику, потребуется ввести ряд необходимых формальных понятий. Я начну с определений языка, логической матрицы, оценки, теории и отношения следования, задаваемых матрицей. Далее, будут рассмотрены три подхода к ответу на вопрос, когда можно говорить о том, что матрица задает многозначную логику, представленных в литературе. Различия между подходами определяются тем, что мы понимаем под «логикой» — теорию, обычное отношение следования, отношение следования с множественными заключениями. После этого я перехожу к «условиям стандартности» Россера–Тюркетта для матриц, базовыми операциями которых являются конъюнкция, дизъюнкция, импликация и отрицание. Удобной особенностью этих условий является то, что матрицы, которые им отвечают, задают классическую логику вне зависимости от того, какой из рассматриваемых трех подходов мы принимаем. Наконец, нужно обратить внимание на то, что различные матрицы могут, в определенном смысле, задавать одну и ту же логику. Поэтому в конце раздела я обращаюсь к понятию функциональной эквивалентности матриц и его связи с эквивалентностью матричных логик.

Как уже говорилось, начнем с базовых понятий.

- Пропозициональный язык $\mathcal{L} = \langle L, F \rangle$ рассматриваем как абсолютно свободную алгебру.

- Полагаем, что свободные порождающие $\mathcal{L}$ образуют счетное множество $Var = \{p_1, p_2, \dots\}$, и для каждого $i \leq n$ местность $F_i \in F$ равняется k_i.

- Множество For формул языка $\mathcal{L}$ определяется обычным образом.

- Логической матрицей называем структуру $M = \langle \mathcal{A}, D \rangle$, где $\mathcal{A} = \langle A, F \rangle$ есть алгебра, и $D \subseteq A$.

- Когда $\mathcal{L}$ и $\mathcal{A}$ подобны, говорим, что M есть матрица для $\mathcal{L}$. В этом случае гомоморфизм h из $\mathcal{L}$ в $\mathcal{A}$ называем оценкой формулы языка $\mathcal{L}$ в матрице M.

- Теорией, порождаемой M, называем множество $T(M) = \{\alpha | \forall h(h(\alpha) \in D)\}$.

- Отношением следования, порождаемым M, называем множество $Cn(M) = \{\langle X, \alpha \rangle | \forall h(h(X) \subseteq D \Longrightarrow h(\alpha) \in D)\}$.

Следующая двухзначная матрица для языка, базовыми связками которого являются конъюнкция, дизъюнкция, импликация и отрицание, порождает классические теорию и отношение логического следования.

- $C_2 = \langle \{0,1\}, \wedge, \vee, \supset, \neg, \{1\} \rangle$

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\supset$	0	1
0	1	1
1	0	1

	$\neg x$
0	1
1	0

Как отмечает Р. Вуйцицкий [49, Ch. 2], наиболее распространенными являются две трактовки понятия логической системы. В первом случае под логикой понимается множество формул, то есть теория. Во втором — множество множество умозаключений, то есть пар вида $\{X, \alpha\}$, где $X \subseteq \mathcal{L}$, $\alpha \in \mathcal{L}$. Следуя этой линии, Г. Малиновский [28, p. 30] предложил два подхода к ответу на вопрос, когда k-значная матрица порождает многозначную логику:

- Подход 1: M порождает многозначную логику, е.т.е. $T(M) \neq T(C_2)$;

- Подход 2: M порождает многозначную логику, е.т.е. $Cn(M) \neq Cn(C_2)$.

Второй подход представляется более продуктивным, так как он позволяет схватывать более тонкие различия между логическими матрицами. Для примера, рассмотрим логику парадоксов Г. Приста [35].

$\vee$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

$\wedge$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	1
2	0	1	2

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

- $LP = \langle \{0,1,2\}, \vee, \wedge, \sim, \{1,2\} \rangle$.

Как показал автор, $T(LP) = T(C_2)$, однако $Cn(LP) \neq Cn(C_2)$. Находясь в рамках первого подхода, мы были бы вынуждены заключить, что матрица LP порождает классическую логику. Однако это противоречило бы целям ее построения — сохранить часть классических свойств и избавиться от других, таких как эксплозивность

Однако существует также третий подход, опирающийся на работу Т. Смайли и Д. Шусмита [45, pp. 246–247]. Он основан на понятии следования с множественными заключениями.

- Следованием с множественными заключениями, порождаемым M, называем множество $Cn_M(M) = \{\langle X, Y\rangle | \forall h(h(X) \subseteq D \Longrightarrow h(Y) \cap D \neq \emptyset)\}$.

Как пишут авторы, «Мы можем назвать логику n-значной $<...>$ если она характеризуется простой матрицей с n значений» [45, p. 301]. Унифицируя терминологию, получаем следующий подход к определению многозначности.

- Подход 3: M порождает многозначную логику, е.т.е. $Cn_M(M) \neq Cn_M(C_2)$.

Третий подход позволяет различать матричные логики, которые отождествлялись бы как при первом, так и при втором подходе. Рассмотрим три матрицы с идентичными операциями, полученными произведением двузначной Булевой алгебры $\mathcal{B}_2$ на саму себя, и отличающиеся лишь классами выделенных значений.

$\vee$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	1	3	3
2	2	3	2	3
3	3	3	3	3

$\wedge$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	0	1
2	0	0	2	2
3	0	1	2	3

	$\sim x$
0	3
1	2
2	1
3	0

Пусть $M_1 = \langle\{0, 1, 2, 3\}, \vee, \wedge, \sim, \{3\}\rangle$, $M_2 = \langle\{0, 1, 2, 3\}, \vee, \wedge, \sim, \{2, 3\}\rangle$, $M_3 = \langle\{0, 1, 2, 3\}, \vee, \wedge, \sim, \{1, 2, 3\}\rangle$. Нетрудно убедиться, что имеют место следующие факты.

- $T(M_1) = T(M_2) = T(M_3)$.
- $Cn(M_1) = Cn(M_2)$, однако $Cn(M_1) \neq Cn(M_3)$.
- $Cn_M(M_1)$, $Cn_M(M_2)$, $Cn_M(M_3)$ попарно различны.

Следование с множественными заключениями имеет как своих пропонентов, так и оппонентов (см., например [46]). Однако его преимущества перед обычным следованием в определении логики такие же как у обычного следования перед теориями — более тонкое различение матричных логик.

Исторически, трактовка логической системы как теории предшествует остальным, поэтому первое обобщение классических функций на многозначный случай дано именно с таких позиций. Дж.Б. Россер и А.Р. Тюркетт предложили так называемые «условия стандартности», которые гарантируют, что класс тавтологий в многозначной логике совпадет с классическим. Операции называются *стандартными*, если они отвечают следующим условиям [38, p. 26]:

- $x \wedge y \in D \Longleftrightarrow x \in D$ и $y \in D$;
- $x \vee y \notin D \Longleftrightarrow x \notin D$ и $y \notin D$;
- $x \supset y \notin D \Longleftrightarrow x \in D$ и $y \notin D$;
- $\sim x \in D \Longleftrightarrow x \notin D$.

Хотя изначально речь шла о классах тавтологий, если связки в матрице отвечают условиям стандартности, она задает классическую логику с точки зрения любого из трех подходов. Более того, для языков соответствующего типа не существует матриц с нестандартными операциями, задающих классическое следование с единственными или множественными заключениями. Таким образом, у нас есть необходимое и достаточное условие, чтобы матрица для языка, единственными связками которого являются конъюнкция, дизъюнкция, импликация и отрицание, порождала классическую логику с точки зрения второго и третьего подходов. Теперь нам нужно определить расширения таких матриц.

Пусть на множестве E^k, имеющем мощность k, задана система функций

$$F = \{f_1(\tilde{x}_1), f_2(\tilde{x}_2), \ldots, f_n(\tilde{x}_n)\},$$

где $f_i(\tilde{x}_i) = f_i(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{a(f_i)}})$, $1 \leq i \leq n$, $a(f_i)$ обозначает местность f_i. Будем называть *суперпозицией* функций F такую функцию $g'(\tilde{y}') = g'(y'_1, y'_2, \ldots, y'_{a(g')})$, что она выполняет одно из двух условий:

- $g'(\tilde{y}')$ получена из $f_i(\tilde{x}_i)$ путем замены переменных.
- $g'(\tilde{y}') = g_n(g_1(\tilde{y}_1), g_2(\tilde{y}_1), \ldots, g_m(\tilde{y}_m))$, где $g_j(\tilde{y}_j)$ есть суперпозиция функций из F и $j \in \{1, \ldots, m, n\}$.

Множество $[F]$ называется *замыканием класса функций* F, если оно содержит все суперпозиции функций над классом F и только их.

Пусть $M = \langle \mathcal{A}, D \rangle$ и $M' = \langle \mathcal{A}', D' \rangle$ матрицы, и F, F' классы их базовых операций. Если $[F] \subseteq [F']$, называем M' *функциональным расширением* M. Если $[F] = [F']$, говорим, что M и M' *функционально эквивалентны.*

Как отмечают К. Бергман и соавторы, функционально эквивалентные алгебры «считаются „одинаковыми“ во всех отношениях» [4]. Аналогично, когда в функционально эквивалентных матрицах M и M' совпадают классы выделенных значений D и D', задаваемые ими логики можно рассматривать как варианты одной и той же логики в разных языках [15, pp. 312–313]. С формальной точки зрения, можно говорить о наличии консервативных переводов (см. [16]) между логиками, которые порождаются матрицами M и M', или об их дефинициальной эквивалентности [50, § 1.8].

В следующем разделе я рассматриваю матрицы языковых вариантов различных логик, являющиеся функциональными расширениями матриц с базовыми операциями, отвечающими условию стандартности.

2. Функциональные расширения матриц классической логики

Этот раздел посвящен матрицам многозначных логик, построенным с помощью пополнения матриц классической логики неклассическими операциями. Моя первая задача — проиллюстрировать, насколько важную роль играют многозначные матрицы классической логики как основа для построения неклассических логик. Для этого я показываю, что значительное число полезных многозначных логик могут быть заданы как расширение классической. Сначала я привожу матрицы для хорошо известных трехзначных логик Поста, Лукасевича и Бочвара, а также некоторых других, которые получаются добавлением неклассического отрицания к матрице классической логики. После этого рассматривается обширный класс $8Kb$ трехзначных матриц для так называемых «логик формальной противоречивости», который включает в себя значительную часть известных трехзначных паранепротиворечивых логик. В изначальной формулировке, каждая матрица из $8Kb$ добавлением к матрице позитивного фрагмента классической логики двух операций — паранепротиворечивого отрицания и оператора непротиворечивости. Однако можно показать, что каждая из них также имеет функционально эквивалентную формулировку, имеющую вид расширения матрицы полной классической логики неклассическим отрицанием. Затем я перехожу ко второй задаче — проанализировать, как выбор базовых операций классической матрицы влияет на то, какие неклассические логики мы можем получить, расширяя ее. Используя дуальность между паранепротиворечивыми и параполными логиками, я показываю, что при построении матриц для последних эффективнее использовать формулировку матрицы классической логики с коимпликацией вместо импликации. Развивая эту тему, я также демонстрирую, что в случае матриц для логик, которые одновременно являются и параполными, и паранепротиворечивыми, классическая матрица, на основе которой они строятся, должна включать как импликацию, так и коимпликацию одновременно. В заключительной части раздела я рассматриваю еще один класс паранепротиворечивых логик, более слабых с функциональной точки зрения, чем логики формальной противоречивости. Матрицы в этом классе получены добавлением отрицания Лукасевича к матрице позитивного фрагмента классической логики, и в них не выразимо классическое отрицание. В качестве примеров рассматриваются матрица логики $PCont$, а также матрица логики Халковской–Зайца Z.

Первым примером послужит трехзначная логика Поста [34]. Операции ее матрицы $P_3 = \langle\{0,1,2\}, \vee, \circlearrowleft, \{2\}\rangle$ определяются следующими таблицами:

$\vee$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

	$\circlearrowleft x$
0	1
1	2
2	0

Как известно, через базовые операции P_3 выразима любая операция на $\{0,1,2\}$ [51], в том числе следующие:

$\supset$	0	1	2
0	2	2	2
1	2	2	2
2	1	0	2

	$\neg x$
0	2
1	2
2	0

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

Операции $\vee$, $\supset$ и $\neg$ отвечают условиям стандартности. Поэтому, если определить конъюнкцию $\wedge$ стандартным образом через $\vee$ и $\neg$, то она тоже будет стандартной. В результате, получаем матрицу $P_3' = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \supset, \neg, \sim \{2\}\rangle$, которая является расширением матрицы классической логики операцией $\sim$. При этом, выполняется следующее тождество: $\circlearrowleft x = \sim((x \supset x) \supset x)$. Это значит, что матрицы P_3 и P_3' функционально эквивалентны.

Перейдем к следующему примеру — трехзначной логике Лукасевича [26]. Ее матрица $Ł_3 = \langle\{0,1,2\}, \rightarrow, \sim \{2\}\rangle$ содержит две базовые операции, а оставшиеся определяются следующими тождествами: $x \vee y = (x \rightarrow y) \rightarrow y$; $x \wedge y = \sim(\sim x \vee \sim y)$. Таблицы для $Ł_3$ имеют следующий вид:

$\rightarrow$	0	1	2
0	2	2	2
1	1	2	2
2	0	1	2

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

$\vee$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

$\wedge$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	1
2	0	1	2

В то время как $\wedge$ и $\vee$ отвечают условиям стандартности, для $\to$ и $\sim$ это не так: $x \notin D$, $\sim x \notin D$ и $x \to y \notin D$ при $x = 1$, $y = 0$. В $Ł_3$ определимы следующие операции: $x \supset y = x \to (x \to y)$; $\neg x = x \to (x \to\sim (x \to x))$ [50, pp. 71–72]. Как показывают соответствующие таблицы, они отвечают условиям стандартности:

$\supset$	0	1	2
0	2	2	2
1	2	2	2
2	0	1	2

	$\neg x$
0	2
1	2
2	0

При этом, имеет место [23, с. 44]: $x \to y = (x \supset y) \wedge (\sim x \supset\sim y)$. Это значит, что матрица $Ł_3$ функционально эквивалентна матрице $Ł_3' = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \supset, \neg, \sim \{2\}\rangle$. Причем, $Ł_3'$ получена добавлением $\sim$ к матрице классической логики.

Теперь рассмотрим трехзначную логику Бочвара [5]. Хотя ее создатель явным образом указывал на то, что эта система расширяет классическую логику, в его формулировке к классической матрице добавляется целый набор операций, включающий, в том числе, отдельные неклассические конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию, отрицание. Ниже я покажу, что, подобно P_3 и $Ł_3$, достаточно добавить к стандартным операциям инволюционное отрицание $\sim$, чтобы получить матрицу, функционально эквивалентную матрице Бочвара. Оригинальная матрица $B_3 = \langle\{0,1,2\}, \cap, \sim, \Box, \bullet, \{2\}\rangle$ содержит в качестве базовых операций одну бинарную и три унарных. Они задаются следующими таблицами:

$\cap$	0	1	2
0	0	1	0
1	1	1	1
2	0	1	2

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

	$\Box x$
0	0
1	0
2	2

	$\bullet x$
0	0
1	2
2	0

Оставшиеся операции определяются через них: $x \cup y =\sim (\sim x \cap \sim y)$; $x \supset y =\sim (x \cap \sim y)$; $x \cap^{\Box} y = \Box x \cap \Box y$; $x \cup^{\Box} y = \Box x \cup \Box y$; $x \supset^{\Box} y = \Box x \supset \Box y$; $\neg x =\sim \Box x$. Как отмечает Бочвар, операции $\cap^{\Box}$, $\cup^{\Box}$, $\supset^{\Box}$, $\neg$ составляют фрагмент его системы, изоморфный классическому исчислению высказываний. Действительно, все эти операции отвечают стандартным условиям стандартности. Заметим, что, кроме того, условию стандартности для конъюнкции отвечает операция $\cap$. Причем, выполняются следующие тождества: $\Box x = \sim \neg x$; $\bullet x = \sim \Box \sim (x \cap \neg x)$. А это значит, что матрица $B_3' = \langle\{0,1,2\}, \cap, \cup^{\Box}, \supset^{\Box}, \neg, \sim \{2\}\rangle$, полученная из классической матрицы добавлением $\sim$, функционально эквивалентна матрице B_3.

Проанализируем только что рассмотренные примеры. Как я уже отмечал, через операции P_3 выразимы все операции на $\{0,1,2\}$. Если добавить к матрице $Ł_3$ любую операцию, не выразимую в ней, получим матрицу, функционально эквивалентную P_3 [17]. В то же время, B_3 функционально вложима в $Ł_3$ [44]. Каждая из матриц P_3', $Ł_3'$, B_3' получена добавлением к классической матрице инволюции ($\sim$). То есть, мы строим последовательность инволюционных расширений классической логики убывающей выразительной силы. Поскольку число операций конченой местности на конечном множестве конечно, тем более конечно число попарно различных трехзначных матриц, базовыми операциями которых являются стандартные конъюнцкия, дизъюнкция, импликация и отрицание, а также инволюция. И среди них мы можем указать самую слабую с функциональной точки зрения, которая завершит нашу последовательность. Для этого нам потребуется понятие C-расширяющей матрицы.

Назовем операцию на $\{0,1,2\}$ *C-расширяющей*, если на множестве $\{0,2\}$ ее значениями будут только элементы этого же множества. Если все операции матрицы M являются C-расширяющими, говорим, что M есть *C-расширяющая матрица*[1]. Обратим внимание на следующий факт. Пусть $M = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \supset, \neg, \{2\}\rangle$ есть матрица, в которой все базовые операции являются стандартными и C-расширяющими. В ней определимы следующие операции B_3: $\Box x = \neg\neg x$; $x \cap^{\Box} y = \Box x \wedge \Box y$; $x \cup^{\Box} y = \Box x \vee \Box y$; $x \supset^{\Box} y = \Box x \supset \Box y$. Поскольку область значений всех этих операций ограничена $\{0,2\}$, через них не выразимы никакие другие стандартные $\wedge$, $\vee$ или $\supset$. В этом смысле матрица $\langle\{0,1,2\}, \wedge^{\Box}, \vee^{\Box}, \supset^{\Box}, \neg, \{2\}\rangle$ является слабейшей. Если же мы добавим к ней инволюцию, такая матрица будет

[1] Я использую терминологию, предложенную В.К. Финном [17]. В литературе это свойство называют также «нормальностью» [37, pp. 55–56], [19, p. 31].

эквивалентна матрице параполной логики LAP [32]. Базовые операции LAP определяются так:

$\wedge^\square$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0	0	2

$\vee^\square$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	0	2
2	2	2	2

$\supset^\square$	0	1	2
0	2	2	2
1	2	2	2
2	0	0	2

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

Стандартное отрицание $\neg$ определимо в данной матрице с помощью такого тождества: $\neg x = \sim((x \supset^\square x) \supset^\square x)$.

Когда мы рассматриваем расширения классических матриц неклассическим отрицанием, не обязательно ограничиваться инволюцией. Вместо нее мы можем взять отрицание, задаваемое следующей таблицей:

	$\neg^\diamond x$
0	2
1	0
2	0

Оно отвечает условию стандартности при $D = \{1, 2\}$, однако при $D = \{2\}$ это не так: $x \in D$ и $\neg^\diamond x \in D$ при $x = 1$. Если мы выберем $\neg^\diamond$ как неклассическое отрицание, наиболее слабым расширением классической матрицы окажется матрица $\langle\{0, 1, 2\}, \wedge^\square, \vee^\square$, $\supset^\square$, $\neg^\square, \neg^\diamond, \{2\}\rangle$. Она функционально эквивалентна матрице $I^1 = \langle\{0, 1, 2\}, \supset^\square, \neg^\diamond, \{2\}\rangle$ [43]. Это подтверждают следующие тождества [13]: $\neg^\square x = x \supset^\square \neg^\diamond(x \supset^\square x)$; $x \vee^\square y = \neg^\square x \supset^\square y$; $x \wedge^\square y = \neg^\square(x \supset^\square \neg^\square y)$.

До сих пор мы рассматривали только примеры с $D = \{2\}$. Последний пример подталкивает к тому, чтобы расширить область рассмотрения. Дело в том, что матрица I^1, которая задает параполную логику, обычно рассматривается в вместе с P^1, своим дуальным «близнецом». Матрица $P^1 = \langle\{0, 1, 2\}, \supset^\diamond, \neg^\square, \{1, 2\}\rangle$ содержит две базовые операции. Через них можно определить остальные стандартные связки для $D = \{1, 2\}$: $\neg^\diamond x = x \supset^\diamond \neg^\square(x \supset^\diamond x)$; $x \vee^\diamond y = \neg^\diamond x \supset^\diamond y$; $x \wedge^\diamond y = \neg^\diamond(x \supset^\diamond \neg^\diamond y)$. Соответствующие таблицы таковы:

$\wedge^{\diamond}$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	2	2
2	0	2	2

$\vee^{\diamond}$	0	1	2
0	0	2	2
1	2	2	2
2	2	2	2

$\supset^{\diamond}$	0	1	2
0	2	2	2
1	0	2	2
2	0	2	2

Функциональная эквивалентность I^1 и P^1 вытекает из тождеств $\neg^{\square}x = x \supset^{\square} \neg^{\diamond}(x \supset^{\square} x)$ и $\neg^{\diamond}x = x \supset^{\diamond} \neg^{\square}(x \supset^{\diamond} x)$. Если же мы заменим в P^1 отрицание $\neg^{\square}$ на $\sim$, то получим матрицу $P^2 = \langle\{0,1,2\}, \supset^{\diamond}, \sim, \{1,2\}\rangle$ паранепротиворечивой логики, дуальной LAP [30]. Логики, задаваемые матрицами P^1 и P^2 являются представителями широкого класса логик формальной противоречивости. Этот класс имеет самое прямое отношение к теме данной статьи.

Речь пойдет о классе $8Kb$ трехзначных матриц для логик формальной противоречивости, описанном в [7] и [9]. Трехзначная матрица $M = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \supset, \neg, \circ, \bullet, \{1,2\}\rangle$ принадлежит данному, если $\wedge$, $\vee$ и $\supset$ отвечают условиям стандартности и C-расширения, а $\neg$, $\circ$, $\bullet$ задаются следующими таблицами:

	$\neg x$
0	2
1	1 или 2
2	0

	$\circ x$
0	2
1	0
2	2

	$\bullet x$
0	0
1	2
2	0

Такие матрицы задают обширный класс логик, в который, в частности, попадают J_3 [12], T^3 [47], [48, с. 49–50], S_3 [42], P^1, P^2, P^3 [7], $LFI2$ [8]. Для нас особенно интересно, что каждая из получающихся матриц является функциональным расширением P^1 [9, p. 80]. Как указано выше, в P^1 выразимо стандартное отрицание $\neg^{\diamond}$. В свою очередь, в P^1 выразим оператор $\circ$: $\circ x = \neg^{\square}\neg^{\square}x \vee^{\diamond} \neg^{\square}(x \wedge^{\diamond} x)$ [9, p. 19]. Естественным образом, через $\neg^{\square}$ и $\circ$ выразим оператор $\bullet x$: $\bullet x = \neg^{\square} \circ x$. А это значит, что любая матрица из семейства $8Kb$ имеет функционально эквивалентную матрицу вида $M = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \supset, \neg^{\diamond}, \neg, \{1,2\}\rangle$, полученную из классической матрицы добавлением нестандартного отрицания $\neg$. Таким образом, с функциональной точки зрения классическое отрицание и оператор непротиворечивости оказываются равносильны.

Заметим, что в P^1 также выразимы модальные операторы $\Box$ и $\Diamond$. Это указывает на тесную связь между логиками формальной противоречивости и модальными логиками. Ее подробному исследованию посвящена работа [29]. Кроме того, обратим внимание, что $\Box$, $\neg^{\Diamond}$ и $\bullet$ суть ни что иное как J-операторы на множестве $\{0, 1, 2\}$, поэтому каждая логика, задаваемая матрицей из рассматриваемого класса является истинностно-полной[2], и поэтому ее можно аксиоматизировать как расширение классической логики по алгоритму, разработанному О. Аншаковым и С. Рычковым [1].

Выше я указал, что P^1 и P^2 имеют функционально эквивалентных дуальных параполных «напарников» — I^1 и I^2 (LAP). Это верно также для других логик из $8Kb$. Матрица J_3 функционально эквивалентна $Ł_3$ [11], а S_3 функционально эквивалентна B_3. В $8Kb$ нет напарника для P_3, так как авторы рассматривают только C-расширяющие матрицы. Если мы откажемся от этого ограничения, то без труда получим нужную матрицу. Для этого достаточно взять следующие операции:

$\supset$	0	1	2
0	2	2	1
1	0	2	2
2	0	2	2

	$\neg x$
0	2
1	0
2	0

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

Отрицание Поста выразимо так: $\circlearrowleft x = x \supset\sim x$. А это значит, что матрица $P_3'' = \langle\{0, 1, 2\}, \wedge, \vee, \supset, \neg, \sim, \{1, 2\}\rangle$, являющаяся расширением классической матрицы посредством инволюции, функционально эквивалентна обычной матрице логики Поста $P_3 = \langle\{0, 1, 2\}, \vee, \circlearrowleft, \{2\}\rangle$.

До сих пор мы рассматривали расширения классической матрицы для языка, в котором единственными операциями являются $\wedge$, $\vee$, $\supset$ и $\neg$. Однако такой выбор операций для классической матрицы далеко не всегда оказывается оптимальным. Ниже мы проиллюстрируем это примерами классов параполных и паранормальных матриц, подобных матрицам из $8Kb$. Для этого нам необходимо сперва оста-

[2] Подробнее по данной теме см. [22].

новиться на феномене дуальности между паранепротиворечивыми и параполными логиками [6], [10], [21].

Вообще, паранепротиворечивой матрице с $D = \{1, 2\}$ можно сопоставить дуальную параполную матрицу с $D = \{2\}$. В терминах мультиследования дуальность между паралогиками описывается так [6], [29]. Пусть $\circledcirc$ связка. Обозначим через $\circledcirc^d$ дуальную к ней. Обозначим X^d результат замены в множестве формул X всех вхождений связки $\circledcirc$ на $\circledcirc^d$. Теперь пусть $L_1 = \{S_1, \vdash_1\}$ логика. Говорим, что логика $L_2 = \{S_2, \vdash_2\}$ дуальна к L_1, если $S_2 = S_1^d$ и $X^d \vdash_2 Y^d \Longleftrightarrow Y \vdash_1 X$.

В случае логических матриц, из этого вытекает следующее. Пусть M_1 и M_2 такие матрицы, что $\vdash_1 = Cn_M(M_1)$ и $\vdash_2 = Cn_M(M_2)$. Матрица M_2 дуальна M_1, когда $\{X, Y\} \in Cn_M(M_1) \Longleftrightarrow \{Y, X\} \in Cn_M(M_2)$. Теперь обратим внимание на следующее:

- $\{X, Y\} \in Cn_M(M_1) \Longleftrightarrow \forall h(h(X) \subseteq D_1 \Longrightarrow h(Y) \cap D_1 \neq \emptyset)\}$;
- $\{X, Y\} \in Cn_M(M_1) \Longleftrightarrow \forall h(h(Y) \subseteq \bar{D}_1 \Longrightarrow h(X) \cap \bar{D}_1 \neq \emptyset)\}$, где $\bar{D}_1 = A_1 \setminus D_1$;
- $\{Y, X\} \in Cn_M(M_2) \Longleftrightarrow \forall h(h(Y) \subseteq D_2 \Longrightarrow h(X) \cap D_2 \neq \emptyset)\}$;
- $\{Y, X\} \in Cn_M(M_2) \Longleftrightarrow \forall h(h(X) \subseteq \bar{D}_2 \Longrightarrow h(Y) \cap \bar{D}_2 \neq \emptyset)\}$, где $\bar{D}_2 = A_2 \setminus D_2$.

Пусть $M = \langle \mathcal{A}, D \rangle$ и $M' = \langle \mathcal{A}, \bar{D} \rangle$ матрицы, отличные лишь классами выделенных значений, причем $\bar{D} = A \setminus D$ и, как следствие, $D = A \setminus \bar{D}$. Ясно, что $\{X, Y\} \in Cn_M(M) \Longleftrightarrow \{Y, X\} \in Cn_M(M')$. То есть, матрица M' дуальна матрице M. Это позволяет легко распространить определение дуальность с мультиследования на обычно следования и теории: если матрица M задает следование (теорию), то дуалом следования (теории) будет задавать соответствующая матрица M'[3].

[3] Однако здесь могут возникнуть возражения эпистемологического характера. Если мы интерпретируем элементы множества-носителя матрицы как степени истинности, а класс выделенных значений как «истину», возникает противоречие. Этого можно избежать, если ввести понятие анти-выделенного значения в стиле [27]. Таким путем идут авторы [6].

Теперь пусть $M_1 = \langle\{0,1,2\}, F, \{2\}\rangle$ трехзначная матрица. Ее дуалом будет матрица $M_1' = \langle\{0,1,2\}, F, \{0,1\}\rangle$. Определим отображение ι следующим образом: $\iota(0) = 2$, $\iota(1) = 1$, $\iota(2) = 0$. Пусть F^* класс операций, где каждый элемент есть

$$f^*(x_1, \ldots, x_n) = \iota(f(\iota(x_1), \ldots, \iota(x_n)))$$

для каждой операции $f \in F$. Поскольку $\iota\iota x = x$, матрица $M_1^* = \langle\{0,1,2\}, F^*, \{1,2\}\rangle$ изоморфна матрице M' относительно ι. Аналогичное построение нетрудно провести также и для матрицы $M_2 = \langle\{0,1,2\}, F, \{1,2\}\rangle$, получив сначала дуальную матрицу M_2' с классом выделенных значений $\bar{D} = \{0\}$, а после этого M_2^* с классом выделенных значений $\iota(D) = \{2\}$.

Описанное выше построение иллюстрирует, как получить из паранепротиворечивой матрицы параполную и наоборот. Причем, поскольку ι совпадает с инволюционным отрицанием $\sim$, если матрица уже содержит инволюцию, то ее дуал будет ей функционально эквивалентен. Если же мы берем более слабое отрицание, то все сложнее. Матрицы P^1 и I^1 оказываются функционально эквивалентны, так как их значения ограничены $\{0,2\}$, а их отрицания суть гомоморфизмы из $\{0,1,2\}$ на $\{0,2\}$. А вот дуал матрицы P^3 не только не будет ей функционально эквивалентным, но и не будет задаваться расширением класса $\{\wedge, \vee, \supset, \neg\}$ классических операций с помощью неклассического отрицания. Остановимся на этом подробнее.

Операции матрицы $P^3 = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \to, \neg, \{1,2\}\rangle$ задаются следующими таблицами [7]:

$\wedge$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	2

$\vee$	0	1	2
0	0	2	2
1	2	1	2
2	2	2	2

$\to$	0	1	2
0	2	2	2
1	0	1	2
2	0	2	2

	$\neg x$
0	2
1	2
2	0

Для того чтобы определить операции дуальной матрицы $I^3 = \langle\{0,1,2\}, \wedge^*, \vee^*, \leftarrow^*, \neg^*, \{2\}\rangle$, будем использовать следующие тождества: $x \wedge^* y =\sim (\sim x \vee \sim y)$; $x \vee^* y =\sim (\sim x \wedge \sim y)$: $x \leftarrow^* y =\sim (\sim x \to\sim y)$; $\neg^* x =\sim \neg \sim x$. В результате, получим такие таблицы:

$\wedge^*$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	0
2	0	0	2

$\vee^*$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	1	2
2	2	2	2

$\leftarrow^*$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	1	2
2	0	0	0

	$\neg^* x$
0	2
1	0
2	0

Однако пока здесь не хватает импликации. Поскольку в P^3 выразимы операции P^1, I^3 дуальна P^3 и I^1 дуальна P^1, в I^3 выразимы операции I^1. Как следствие, в I^3 выразима импликация $\supset^\Box$. Однако матрица $\langle\{0,1,2\}, \wedge^*, \vee^*, \supset^\Box, \neg^*, \{2\}\rangle$ не будет функционально эквивалентна матрице I^3. Допустим обратное: пусть $\leftarrow^*$ представима в виде $f(g_1(\tilde{x}_1), \ldots, g_n(\tilde{x}_n))$, где $g_i(\tilde{x}_i) = g_i(x_{i_1}, \ldots, x_{i_{a(g_i)}})$ и $f, g_i \in \{\wedge^*, \vee^*, \supset^\Box, \neg^*\}$ $(1 \leq i \leq n)$. Если $\circledcirc \in \{\wedge^*, \vee^*, \leftarrow^*\}$, то получаем: $x \circledcirc y = 1 \iff x = 1$ и $y = 1$. При этом, $x \supset^\Box y \neq 1$ и $\neg^* x \neq 1$. Следовательно, $f, g_i \in \{\wedge^*, \vee^*\}$. Однако, если $\circledast \in \{\wedge^*, \vee^*\}$, то $x \circledast y = 2$, когда $x = 2$ и $y = 2$. В то же время, $2 \leftarrow^* 2 = 0$. Таким образом, мы пришли к противоречию, и допущение о выразимости $\leftarrow^*$ через $\wedge^*$, $\vee^*$, $\supset^\Box$, $\neg^*$ неверно.

Единственной альтернативой $\supset^\Box$, то есть C-расширяющей импликацией, которая отвечает условию стандартности при $D = \{2\}$, будет следующая операция:

$\supset$	0	1	2
0	2	2	2
1	2	2	2
2	0	1	2

Однако она не выразима в I^3. Нетрудно убедиться, что все операции I^3 отвечают следующему условию. Пусть $\tilde{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ такой набор чисел, что $a_i \in \{1, 2\}$ $(1 \leq i \leq n)$. Для любого такого набора чисел $\tilde{b} = (b_1, \ldots, b_n)$, что $b_i \neq a_i$, выполняется: $f(\tilde{x}) \neq c(\tilde{a})$, где $c(\tilde{a}) = 1$ или $c(\tilde{a}) = 2$. Например, пусть $a_1 = 1$ и $a_2 = 2$. Получаем следующие наборы вида $\tilde{b}$: $(0,0)$, $(0,1)$, $(2,0)$, $(2,1)$. В данном случае, если $\circledcirc \in \{\wedge^*, \vee^*, \leftarrow^*\}$, то $b_1 \circledcirc b_2 \in \{0, 2\}$ для каждого из этих $\tilde{b}$. То есть, $c(\tilde{a}) = 1$. Однако, $2 \supset 1 = 1$ и $2 \supset 2 = 2$. Это показывает, что $\supset$ нарушает описанное выше условие. Однако класс функций, которые отвечают данному условию является замкнутым [51]. Следовательно, операция $\supset$ не выразима в I^3.

В то же время, в двухзначной матрице C_2 импликация и коимпликация равноправны: $x \subset y = \neg(\neg x \supset \neg y)$; $x \supset y = \neg(\neg x \subset \neg y)$. В частности, это значит, что мы можем сформулировать стандартное условие для $\subset$: $x \supset y \in D \Longleftrightarrow x \notin D$ и $y \in D$. Операция $\leftarrow^*$ отвечает этому условию. Поэтому I^3 также может рассматриваться как расширение матрицы классической логики посредством нестандартного отрицания.

Рассмотренный выше пример указывает на важное отличие многозначного случая от двухзначного. В двухзначной логике не важно, берем ли мы в качестве базовых операций импликацию, коимпликацию, обе или ни одну, поскольку все операции на $\{0, 1\}$ выразимы через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание. Однако уже в трехзначном случае этот выбор играет критическую роль. Как я показал выше, каждой матрице из $8Kb$ можно сопоставить ее параполный дуал. Это дает нам класс $8Kb^*$ матриц, порождающих параполные логики, дуальные паранепротиворечивым логикам, задаваемым классом $8Kb$. В силу дуальности, каждая из матриц $8Kb$ будет задаваться матрицей с $D = \{2\}$, в которой операции отвечают следующим условиям:

$\wedge$	0	1	2
0	0	0 или 1	0
1	0 или 1	0 или 1	0 или 1
2	0	0 или 1	2

$\vee$	0	1	2
0	0	0 или 1	2
1	0 или 1	0 или 1	2
2	2	2	2

$\leftarrow$	0	1	2
0	0	0 или 1	2
1	0 или 1	0 или 1	2
2	0	0 или 1	0

	$\neg x$
0	2
1	0 или 1
2	0

	$\circ x$
0	2
1	0
2	2

	$\bullet x$
0	0
1	2
2	0

Заметим, что операторы $\circ$ и $\bullet$ совпадают с таковыми в $8Kb$. Однако меняется их содержательная интерпретация. В $8Kb$ мы трактуем их как операторы непротиворечивости и противоречивости, а в $8Kb^*$ как операторы полноты и неполноты. Такие матрицы задают обширный класс логик, в который, в частности, попадают $Ł_3$, E_3 [14], [18], B_3, I^1, I^2, I^3 и многие другие матрицы. Каждая из получающихся матриц является функциональным расширением I^1. В то же время, в I^1 выразимо стандартное отрицание $\neg^\square$. Кроме того, I^1 и P^1 функционально эквивалентны, и нам уже известно, что в P^1 выразимы $\circ$ и $\bullet$. А это значит, что любая матрица из семейства $8Kb^*$ имеет функционально эквивалентную матрицу вида $M = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \subset, \neg^\square, \neg, \{1,2\}\rangle$, полученную из классической матрицы добавлением нестандартного отрицания $\neg$. То есть, как и в случае $8Kb$, оператор полноты и стандартное отрицание взаимозаменимы.

Если же мы захотим использовать стандартную C-расширяющую импликацию вместо коимпликации, наши варианты будут ограничены связками, имеющими следующий вид:

$\to$	0	1	2
0	2	0 или 1	0
1	2	2	2
2	2	2	2

В этом случае, как отмечает Маркос [30], мы получим только 1,024 матрицы вместо 8,192 как в вышло при построении семейства $8Kb$, и 7,168 матриц останутся без своих дуалов. Аналогично, если мы заменим импликацию на коимпликацию при определении $8Kb$, нам придется использовать таблицу

$\leftarrow$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	0	1 или 2
2	0	0	0

И мы опять получим 1,024 матрицы вместо 8,192.

Пока мы можем заключить, что импликация дает нам больше паранепротиворечивых логик, а коимпликация — параполных. Но что если мы захотим построить аналогичный класс для логик, которые являются одновременно паранепротиворечивыми и параполными? Оказывается, в этой ситуации нам снова придется изменить выбор базовых операций для матрицы классической логики, которую мы расширяем.

Паранепротиворечивость и параполнота могут определяться поразному, в зависимости от того, рассматриваем ли мы логику с точки зрения отношения следования или класса тавтологий. Как и авторы большинства процитированных в этом разделе работ, в текущей статье я применяю первый подход. Логика называется паранепротиворечивой, если в ней не выполняется принцип эксплозивности: $\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$. Логика называется параполной, если в ней не выполняется принцип имплозивности: $\alpha \vdash \beta, \neg\beta$. Коль скоро мы определяем паранепротиворечивость и параполноту в терминах эксплозивности и имплозивности, трех значений оказывается недостаточно, чтобы построить матрицу, обладающую обоими свойствами одновременно. Чтобы определить параполное отрицание $\sim$ нам нужно по меньшей мере одно значение, такое что $a \in D$ и $\sim a \in D$, а также по меньшей мере одно значение, такое что $b \notin D$ и $\sim b \notin D$. Однако $\sim$ также должно вести себя как следует хотя бы на одном выделенном и одном невыделенном значении. Это значит, что минимальное число для матрицы паранормальной логики равняется четырем.

Поскольку мы уже выяснили, что любая матрица из $8Kb$ и $8Kb^*$ функционально эквивалентна матрице со стандартными операциями $\wedge, \vee, \subset, \neg$ и нестандартным (паранепротиворечивым или параполным) отрицанием $\sim$, нетрудно определить аналогичные классы паранепротиворечивых, параполных или паранормальных матриц для k значений. Однако в последнем случае нам придется взять в качестве базовых операций импликацию и коимпликацию одновременно.

Рассмотрим матрицу $M = \langle \{0,1,2,3\}, \wedge, \vee, \to, \leftarrow, \neg, \sim, \{2,3\} \rangle$, операции которой определяются следующим образом:

$\wedge$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	0	0
2	0	0	2	3
3	0	0	3	3

$\vee$	0	1	2	3
0	0	0	3	3
1	0	1	3	3
2	3	3	2	3
3	3	3	3	3

$\to$	0	1	2	3
0	3	3	3	3
1	3	3	3	3
2	0	0	2	3
3	0	0	3	3

$\leftarrow$	0	1	2	3
0	0	0	3	3
1	0	1	3	3
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0

	$\neg x$
0	3
1	3
2	0
3	0

	$\sim x$
0	3
1	1
2	2
3	0

Убедимся, что здесь выразимы операторы, выражающие непротиворечивость, полноту или их отсутствие. Достаточно следующих тождеств: $\overrightarrow{\circ}x =\sim \neg(x \to x)$; $\overrightarrow{\bullet}x = \neg\overrightarrow{\circ}x$; $\overleftarrow{\bullet}x =\sim \neg(x \leftarrow x)$; $\overleftarrow{\circ}x = \neg\overleftarrow{\bullet}x$; $\circ x = \overrightarrow{\circ}x \wedge \overleftarrow{\circ}$; $\bullet x = \overrightarrow{\bullet}x \vee \overleftarrow{\bullet}$. В результате получаем операторы, отвечающие следующим таблицам:

	$\overrightarrow{\circ}x$
0	3
1	3
2	0
3	3

	$\overrightarrow{\bullet}x$
0	0
1	0
2	3
3	0

	$\overleftarrow{\circ}x$
0	3
1	0
2	3
3	3

	$\overrightarrow{\bullet}x$
0	0
1	3
2	0
3	0

	$\circ x$
0	3
1	0
2	0
3	3

	$\bullet x$
0	0
1	3
2	3
3	0

Теперь покажем, что и $\leftarrow$, и $\to$ необходимо брать в качестве базовых операций. Для этого допустим, что $x \leftarrow y = f(x, y)$, где $f(x, y)$ некая суперпозиция операций из $\{\wedge, \vee, \to, \neg, \sim\}$. Так как $2 \leftarrow 2 = 0$, f содержит по меньшей мере одно вхождение $\neg$, ведь в противном случаем мы получили бы $f(2, 2) = 2$. Однако $1 \leftarrow 1 = 1$, а это значит, что f не содержит вхождений $\neg$ или $\to$, поскольку $\wedge$, $\vee$, $\sim$ дают 1, если и только если значение всех аргументов 1, но $\neg x \neq 1$ и $x \to y \neq 1$. Аналогично можно показать, что $\to$ нельзя выразить через $\wedge$, $\vee$, $\leftarrow$, $\neg$ и $\sim$.

Матрица, которую мы только что рассмотрели, содержит в качестве подматриц $LFI2$ и ее параполный дуал $LFI2^*$:

- $LFI2 = \langle \{0, 2, 3\}, \wedge, \vee, \to, \leftarrow, \neg, \sim, \{2, 3\} \rangle$;
- $LFI2^* = \langle \{0, 1, 3\}, \wedge, \vee, \to, \leftarrow, \neg, \sim, \{3\} \rangle$.

Мы можем скомбинировать рассмотренные выше матрицы P^3 и I^3 (см. стр. 42) сходным образом. Достаточно заменить таблицу для $\sim$ на следующую:

	$\sim x$
0	3
1	0
2	3
3	0

Как отмечают Карпенко и Томова [24, §2.6.2], в литературе описаны и матрицы с операциями, полученными аналогичным образом из пар P^1, I^1 [31], [36] и P^2, I^2 [33], [25]. Однако ясно, что четерехзначная паранормальная матрица, являющаяся функциональным расширением классической, может и не содержать собственных подматриц. Возьмем уже рассмотренную выше матрицу $M = \langle\{0,1,2,3\},\wedge,\vee,$ $\to$, $\leftarrow,\neg,\sim,\{2,3\}\rangle$ и заменим таблицу для отрицания:

	$\neg x$
0	3
1	2
2	1
3	0

В заключение раздела рассмотрим еще один подход к построению паранепротиворечивых матриц. Логики из $8Kb$ содержат стандартное отрицание, но при их построении это не является целью. Вместо этого добавляется два оператора к матрице позитивного фрагмента классической логики. Если же мы откажемся от оператора $\circ$, и выберем в качестве нестандартного отрицания инволюцию, то получим новый интересный класс матриц.

Наверное, наиболее известным его представителем будет матрица $PCont$[4]. В матрице $PCont = \langle\{0,1,2\},\wedge,\vee,\to,\sim,\{1,2\}\rangle$ связки определяются следующими таблицами:

$\wedge$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	1
2	0	1	2

$\vee$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

$\to$	0	1	2
0	2	2	2
1	0	1	2
2	0	1	2

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

[4] Я использую обозначение Л.И. Розоноэра [39], [40], [41], но матрицы с такими операциями многократно появлялись независимо друг от друга (см. обзор [23, §3.5.2]). В современной англоязычной литературе распространенным также является обозначение Pac [9, Ex. 17], [2], введенное А. Авроном [3].

Импликация, конъюнкция и дизъюнкция отвечают условию стандартности. Однако все операции этой матрицы сохраняют значение 1, поэтому в ней не выразим оператор $\circ$. По этой же причине не выразимы также ни стандартное отрицание, ни модальные операторы.

Можно определить целый класс матриц, подобных $PCont$. В качестве отрицания всегда будет выступать инволюция, а прочие базовые операции должны, во-первых, сохранять значение 1, и, во-вторых, отвечать условиям стандартности.

Помимо $PCont$, представителем этого класса оказывается матрица логики Халковской–Зайца [20]. Он интересен тем, что в исходной формулировке ни одна из базовых операций не является стандартной. Это показывает, что рассматриваемый нами класс может включать в себя логики, которые изначально строились на принципиально иных основаниях. Операции в матрице $Z = \langle\{0,1,2\}, \wedge, \vee, \sim, \{1,2\}\rangle$ отвечают следующим таблицам:

$\wedge$	0	1	2
0	0	1	0
1	1	1	1
2	0	1	2

$\vee$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	1	2
2	2	2	2

	$\sim x$
0	2
1	1
2	0

Как можно увидеть, конъюнкция и дизъюнкция будут стандартными только при $D = \{2\}$. Тем не менее, в Z можно определить и связки, которые будут стандартными при $D = \{1,2\}$: $x \wedge^* y = \sim(\sim x \vee \sim y)$; $x \vee^* y = \sim(\sim x \wedge \sim y)$; $x \to y = (\sim x \vee y) \vee \sim(\sim x \vee \sim y)$. В результате, получаем следующие таблицы:

$\wedge^*$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	2

$\vee^*$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	1
2	2	1	2

$\to$	0	1	2
0	2	2	2
1	0	1	2
2	0	2	2

Последний пример перекликается с четырехзначными матрицами, которые мы рассматривали в начале статьи (см. стр. 31), а также матрицами логик Клини и Приста. Эти примеры показывают, что матрица с одним и тем же классом операций может задавать разные логики в зависимости от выбора выделенных значений. Это открывает еще одну возможность применения классических матриц для построения неклассических логик. Дело в том, что определение стандартности включает в себя указание на класс выделенных значений. А это значит, что матрица, в которой все операции стандартны относительно некоторого D совершенно не обязательно задает классическую логику при некотором другом D'. Так мы подошли ко второму способу построения многозначных логик на основе матриц классической логики — модификации класса выделенных значений многозначной матрицы классической логики при сохранении неизменным ее класса операций. Это станет первой темой, которая будет рассмотрена в Части II данного исследования.

Продолжение следует…

Список литературы

[1] *Бочвар Д.А.* Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления // Математический сборник. 1938. Т. 4. № 2. С. 287–308.

[2] *Карпенко А.С.* Неклассические логики versus классической // Логико-философские штудии. 2005. № 3. С. 48–73.

[3] *Карпенко А.С.* Развитие многозначной логики. М.: ЛКИ, 2010. 448 с.

[4] *Карпенко А.С., Томова Н.Е.* Трехзначная логика Бочвара и литеральные паралогики. М.: ИФ РАН, 2016. 110 с.

[5] *Попов В.М.* Об одной трехзначной параполной логике // Логические исследования. 2002. № 9. С. 175–178.

[6] *Попов В.М.* Об одной четырехзначной паранормальной логике // Логика и В.Е.К. К 90-летию со дня рождения профессора Войшвилло Евгения Казимировича. / Под ред. В.И. Маркина. М.: Современные тетради, 2003. С. 192–195.

[7] *Томова Н.Е.* Естественные трехзначные логики: функциональные свойства и отношения. М.: ИФ РАН, 2012. 89 с.

[8] *Финн В.К.* О предполноте класса функций, соответствующего трехзначной логике Я. Лукасевича // Научно-техническая информация. Сер. 2. Вып. 10. М., 1969. С. 35–38.

[9] *Шестаков В.И.* О взаимоотношении некоторых трехзначных логических исчислений // Успехи математических наук. 1964. Т. 19. Вып. 2(116). С. 177—181.

[10] *Яблонский С.В.* Функциональные построения в k-значной логике // Труды математического института им. В.А. Стеклова. Т. 51. М., 1958. С. 5—142.

[11] *Anshakov O., Rychkov S.* On Finite-Valued Propositional Logical Calculi // Notre-Dame Journal of Formal Logic. 1995. Vol. 36. No. 4. P. 606–629.

[12] *Arieli O.*, *Avron A.*, *Zamansky A.* Maximally Paraconsistent Three-Valued Logics // Proceedings of the Twelfth International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning. 2010. P. 310–318.

[13] *Avron A.* Natural 3-Valued Logics — Characterization and Proof Theory // The Journal of Symbolic Logic. Vol. 56. No. 1. 1991. P. 276–294.

[14] *Bergman C., Juedes D., Slutzki G.* Computational Complexity of Term-Equivalence // International Journal of Algebra and Computation. 1999. Vol. 9. No. 1. P. 113–128.

[15] *Brunner A.B., Carnielli W.A.*. Anti-Intuitionism and Paraconsistency // Journal of Applied Logic. 2005. Vol. 3. No. 1. P. 161–184.

[16] *Carnielli W.A., Marcos J.* A Taxonomy of C-systems. 2001. URL: http://arxiv.org/abs/math/0108036 (дата обращения —21.06.2016).

[17] *Carnielli W., Coniglio M.E., Marcos, J.* Logics of Formal Inconsistency // Handbook of Philosophical Logic. Vol. 14. Springer Netherlands, 2007. P. 1–93.

[18] *Carnielli W., Marcos J., de Amo S.* Formal Inconsistency and Evolutionary Databases // Logic and Logical Philosophy. 2004. Vol. 8. P. 115–52.

[19] *Cobreros P.* Vagueness: Subvaluationism // Philosophy Compass. 2013. Vol. 8. No. 5. P. 472–485.

[20] *D'Ottaviano I.M.L.* The Completeness and Compactness of a Three-Valued First-Order Logic // Revista Colombiana de Matematicas. 1985. Vol. 19. P. 77–94.

[21] *D'Ottaviano I.M.L., da Costa N.C.A.* Sur un problème de Jaśkowski // Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris. Ser. A. 1970. Vol. 270. P. 1349–1353.

[22] *D'Ottaviano I.M.L., de Araujo Feitosa H.* Paraconsistent Logics and Translations // Synthese. 2000. Vol. 125. No. 1–2. P. 77–95.

[23] *Ebbinghaus H.D.* Über eine Prädikatenlogik mit partiell definierten Prädikaten und Funktionen // Archive for Mathematical Logic. 1969. Vol. 12. No. 1. P. 39–53.

[24] *Epstein R.L.* The Semantic Foundations of Logic. Vol. 1: Propositional logic. Dordrecht: Kluwer, 1990. 388 p.

[25] *Feitosa H.A., D'Ottaviano I.M.L.* Conservative Translations // Annals of Pure and Applied Logic. 2001. Vol. 108. No. 1. P. 205–227.

[26] *Finn V.K., Grigolia R.* Nonsense Logics and their Algebraic Properties // Theoria. 1993. Vol. 59. No. 1–3. P. 207–273.

[27] *Gottwald S.* A Treatise on Many-Valued Logics. Baldock: Research Studies Press, 2001. 600 p.

[28] *Hałkowska K.* A Note on Matrices for Systems of Nonsense-Logics // Studia Logica. 1989. Vol. 48. No. 4. P. 461–464.

[29] *Hyde D.* From Heaps and Gaps to Heaps of Gluts // Mind. 1997. Vol. 106. No. 424. P. 641–660.

[30] *Lewin R.A., Mikenberg I.F.* Literal-Paraconsistent and Literal-Paracomplete Matrices // Mathematical Logic Quarterly. 2006. Vol. 52. No. 5. P. 478–493.

[31] *Łukasiewicz J.* On Three-Valued Logic // Jan Łukasiewicz. Selected Works / Ed. by L. Borkowski. Amsterdam: North-Holland, 1970. P. 87–88.

[32] *Malinowski G.* Towards the Concept of Logical Many-Valuedness // Acta Universitatis Lodziensis. Folia Philosophica. 1990. Vol. 7. P. 97–103.

[33] *Malinowski G.* Many-Valued Logics. Oxford University Press. 1993. 144 p.

[34] *Marcos J.* Nearly Every Normal Modal Logic is Paranormal // Logique et Analyse. 2005. Vol. 48. No. 189–192. P. 279–300.

[35] *Marcos J.* On a Problem of da Costa // Essays on the Foundations of Mathematics and Logic 2 / Ed. by G. Sica. Polimetrica, 2005. P. 53–69.

[36] *Popov V.M.* On the Logics Pelated to A. Arruda's System V1 // Logic and Logical Philosophy. 1999. Vol. 7. P. 87–90.

[37] *Post E.L.* Introduction to a General Theory of Elementary Propositions // American Journal of Mathematics. 1921. Vol. 43. No. 3. P. 163–185.

[38] *Priest G.* Logic of Paradox // Journal of Philosophical Logic. 1979. Vol. 8. P. 219–241.

[39] *Puga L.Z., da Costa N.C.A.* On the Imaginary Logic of N.A. Vasiliev // Mathematical Logic Quarterly. 1988. Vol. 34. P. 205–211.

[40] *Rescher N.* Many-Valued Logic. New York: McGraw-Hill, 1969. Reprinted: Aldershot: Gregg Revivals, 1993. 349 p.

[41] *Rosser J.B., Turquette A.R.* Many-Valued Logics. Amsterdam: North-Holland. 1952. 124 p.

[42] *Rozonoer L.I.* Proving Contradictions in Formal Theories. I // Automation and Remote Control. 1983. Vol. 44. No. 6. P. 781–790.

[43] *Rozonoer L.I.* Proving Contradictions in Formal Theories. II // Automation and Remote Control. 1983. Vol. 44. No. 7. P. 908–914.

[44] *Rozonoer L.I.* On Interpretation of Inconsistent Theories // Information Sciences. 1989. Vol. 47. No. 3. P. 243–266.

[45] *Segerberg K.* A Contribution to Nonsense-Logic // Theoria. 1965. Vol. 31. P. 199–217.

[46] *Sette A.M., Carnielli W.A.* Maximal Weakly-Intuitionistic Logics // Studia Logica. 1995. Vol. 55. P. 181–203.

[47] *Shoesmith D.J., Smiley T.J.* Multiple-Conclusion Logic. Cambrige University Press, 1978. 409 p.

[48] *Steinberger F.* Why Conclusions Should Remain Single // Journal of Philosophical Logic. 2011. Vol. 40. No. 3. P. 333–355.

[49] *Tomova N.E.* A Lattice of Implicative Extensions of Regular Kleene's Logics // Reports on Mathematical Logic. 2012. No. 47. P. 173–182.

[50] *Wójcicki R.* Lectures on Propositional Calculi. Wroclaw: Ossolineum, 1984. 292 p.

[51] *Wójcicki R.* Theory of Logical Calculi: Basic Theory of Consequence Operations. Dordrecht: Kluwer, 1988. 474 p.

L.Yu. Devyatkin

Non-classical Modifications of Many-valued Matrices of the Classical Propositional Logic. Part I

Devyatkin Leonid Yuryevich
Institute of Philosophy of Russian Academy of Sciences
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation
e-mail: leoniddevyatkin@gmail.com

This paper constitutes the first part of the duology dedicated to many-valued matrices of the classical propositional logic regarded as a tool of construction and analysis of non-classical logics, and it is for the most part of the survey nature. First, I analyze the three approaches to the question when a many-valued matrix defines the classical propositional logic, which are based on the notions of theory, logical consequence relation with single conclusions and multiple-conclusion consequence relation. Then I deal with the matrices of non-classical logics which are functional extensions of classical matrices. The examples of individual matrices of this kind, as well as some classes of them, are considered, some of them known in the literature, and some completely new. Their functional properties are investigated. Among the examples considered are the matrices of three-valued logics of Post, Łukasiewicz, Bochvar and others. Moreover, I explore a class of matrices which define logics of formal inconsistency (LFI). On the basis of duality between paraconsistent and paracomplete logics, a class of matrices which define logics of formal uncertainty is constructed. Furthermore, I develop a class of four-valued matrices which combine formal inconsistency and formal uncertainty. In the concluding part of the paper I investigate another class of matrices, defining paraconsistent logics which are not logics of formal inconsistency.

Keywords: many-valued logics, logical matrices, paraconsistency, paracompleteness, closed classes of functions

References

[1] Anshakov, O., Rychkov, S. "On Finite-Valued Propositional Logical Calculi", *Notre-Dame Journal of Formal Logic*, 1995, Vol. 36, No. 4, pp. 606–629.

[2] Arieli, O., Avron, A., Zamansky, A. “Maximally Paraconsistent Three-Valued Logics”, *Proceedings of the Twelfth International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning*, 2010, pp. 310–318.

[3] Avron, A. “Natural 3-Valued Logics — Characterization and Proof Theory”, *The Journal of Symbolic Logic*, 1991, Vol. 56, No. 1, pp. 276–294.

[4] Bergman, C., Juedes, D., Slutzki, G. “Computational Complexity of Term-Equivalence”, *International Journal of Algebra and Computation*, 1999, Vol. 9, No. 1, pp. 113–128.

[5] Bochvar, D.A. “Ob odnom trekhznachnom ischislenii i ego primenenii k analizu paradoksov klassicheskogo rasshirennogo funktsional’nogo ischisleniya” [On a Three-Valued Logical Calculus and its Application to the Analysis of Contradictions], *Matematicheskii sbornik*, 1938, Vol. 4, No. 2, pp. 287–308. (In Russian)

[6] Brunner, A.B., Carnielli, W.A. “Anti-Intuitionism and Paraconsistency”, *Journal of Applied Logic*, 2005, Vol. 3, No. 1, pp. 161–184.

[7] Carnielli, W.A., Marcos, J. *A Taxonomy of C-systems*, 2001. [http://arxiv.org/abs/math/0108036, accessed on 21.06.2016]

[8] Carnielli, W., Marcos, J., de Amo, S. “Formal Inconsistency and Evolutionary Databases”, *Logic and Logical Philosophy*, 2004, Vol. 8, pp. 115–52.

[9] Carnielli, W., Coniglio, M.E., Marcos, J. “Logics of Formal Inconsistency”, *Handbook of Philosophical Logic*. Springer Netherlands, 2007, pp. 1–93.

[10] Cobreros, P. “Vagueness: Subvaluationism”, *Philosophy Compass*, 2013, Vol. 8, No. 5, pp. 472–485.

[11] D’Ottaviano, I.M.L. “The Completeness and Compactness of a Three-Valued First-Order Logic”, *Revista colombiana de matematicas*, 1985, Vol. 19, pp. 77–94.

[12] D’Ottaviano, I.M.L., da Costa, N.C.A. “Sur un problème de Jaśkowski”, *Comptes Rendus de l’Académie de Sciences de Paris. Ser. A*, 1970, Vol. 270, pp. 1349–1353.

[13] D’Ottaviano, I.M.L., de Araujo Feitosa, H. “Paraconsistent Logics and Translations”, *Synthese*, 2000, Vol. 125, No. 1–2, pp. 77–95.

[14] Ebbinghaus, H.D. “Über eine Prädikatenlogik mit partiell definierten Prädikaten und Funktionen”, *Archive for Mathematical Logic*, 1969, Vol. 12, No. 1, pp. 39–53.

[15] Epstein, R.L. *The Semantic Foundations of Logic. Vol. 1: Propositional logic*. Dordrecht: Kluwer, 1990. 388 pp.

[16] Feitosa, H.A., D'Ottaviano, I.M.L. "Conservative Translations", *Annals of Pure and Applied Logic*, 2001, Vol. 108, No. 1, pp. 205–227.

[17] Finn, V.K. "O predpolnote klassa funktsii, sootvetstvuyushchego trekhznachnoi logike J. Łukasiewicza" [The Precompleteness of a Class of Functions that Correspond to the Three-Valued Logic of J. Łukasiewicz], *Nauchno-tekhnicheskaya informatsiya. Ser. 2*, 1969, Vol. 10, pp. 35–38. (in Russian)

[18] Finn, V.K., Grigolia, R. "Nonsense Logics and Their Algebraic Properties", *Theoria*, 1993, Vol. 59, No. 1–3, pp. 207–273.

[19] Gottwald, S. *A Treatise on Many-Valued Logics*. Baldock: Research Studies Press, 2001. 600 pp.

[20] Hałkowska, K. "A Note on Matrices for Systems of Nonsense-Logics", *Studia Logica*, 1989, Vol. 48, No. 4, pp. 461–464.

[21] Hyde, D. "From Heaps and Gaps to Heaps of Gluts, *Mind*, 1997, Vol. 106, No. 424, pp. 641–660.

[22] Karpenko, A.S. "Neklassicheskie logiki versus klassicheskoi" [Non-Classical Logics Versus Classical], *Logiko-filosofskie shtudii*, 2005, No. 3, pp. 48–73. (In Russian)

[23] Karpenko, A.S. *Razvitie mnogoznachnoi logiki* [The Development of Many-Valued Logic]. M.: LKI, 2010. 448 pp. (In Russian)

[24] Karpenko, A.S., Tomova, N.E. *Trekhznachnaya Logika Bochvara i Literal'nye Paralogiki* [Three-Valued Logic of Bochvar and Literal Paralogics]. M.: IF RAN, 2016. 110 pp. (In Russian)

[25] Lewin, R.A., Mikenberg, I.F. "Literal-Paraconsistent and Literal-Paracomplete Matrices", *Mathematical Logic Quarterly*, 2006, Vol. 52, No. 5, pp. 478–493.

[26] Łukasiewicz, J. "On Three-Valued Logic", in: J. Łukasiewicz, *Selected Works*, ed. by L. Borkowski. Amsterdam: North-Holland, 1970, pp. 87–88.

[27] Malinowski, G. "Towards the Concept of Logical Many-Valuedness", *Acta Universitatis Lodziensis. Folia Philosophica*, 1990, Vol. 7, pp. 97–103.

[28] Malinowski, G. *Many-Valued Logics*. Oxford University Press, 1993. 144 pp.

[29] Marcos, J. "Nearly Every Normal Modal Logic is Paranormal", *Logique et Analyse*, 2005, Vol. 48, No. 189–192, pp. 279–300.

[30] Marcos, J. "On a Problem of da Costa", *Essays on the Foundations of Mathematics and Logic 2*, ed. by G. Sica. Polimetrica, 2005, pp. 53–69.

[31] Popov, V.M. "On the Logics Related to A. Arruda's System V1", *Logic and Logical Philosophy*, 1999, Vol. 7, pp. 87–90.

[32] Popov, V.M. "Ob odnoi trekhznachnoi parapolnoi logike" [On One Three-Valued Paracomplete Logic] // *Logicheskie issledovaniya*, 2002, Vol. 9, pp. 175–178. (In Russian)

[33] Popov, V.M. "Ob odnoi chetyrekhznachnoi paranormal'noi logike" [On One Four-Valued Paranormal Logic], *Logika i V.E.K. K 90-letiyu so dnya rozhdeniya professora Voishvillo Evgeniya Kazimirovicha* [Logic and V.E.K. Essays Dedicated to prof. Evgeniy Kazimirovich Voishvillo on the Occasion of his 90th Birthday], ed. by V.I. Markin. M.: Sovremennye tetradi, 2003, pp. 192–195. (In Russian)

[34] Post, E.L. "Introduction to a General Theory of Elementary Propositions", *American Journal of Mathematics*, 1921, Vol. 43, No. 3, pp. 163–185.

[35] Priest, G. "Logic of Paradox", *Journal of Philosophical Logic*, 1979, Vol. 8. pp. 219–241.

[36] Puga, L.Z., da Costa, N.C.A. "On the Imaginary Logic of N.A. Vasiliev", *Mathematical Logic Quarterly*, 1988, Vol. 34, pp. 205–211.

[37] Rescher, N. *Many-Valued Logic*. New York: McGraw-Hill, 1969. Reprinted: Aldershot: Gregg Revivals, 1993. 349 pp.

[38] Rosser, J.B., Turquette, A.R. *Many-Valued Logics*. Amsterdam: North-Holland, 1952. 124 pp.

[39] Rozonoer, L.I. "Proving Contradictions in Formal Theories. I", *Automation and Remote Control*, 1983, Vol. 44, No. 6, pp. 781–790.

[40] Rozonoer, L.I. "Proving Contradictions in Formal Theories. II", *Automation and Remote Control*, 1983, Vol. 44, No. 7, pp. 908–914.

[41] Rozonoer, L.I. "On Interpretation of Inconsistent Theories", *Information Sciences*, 1989, Vol. 47, No. 3, pp. 243–266.

[42] Segerberg K. "A Contribution to Nonsense-Logic", *Theoria*, 1965, Vol. 31, pp. 199–217.

[43] Sette, A.M., Carnielli, W.A. "Maximal Weakly-Intuitionistic Logics", *Studia Logica*, Vol. 55, 1995, pp. 181–203.

[44] Shestakov, V.I. "O vzaimootnoshenii nekotorykh trekhznachnykh logicheskikh ischislenii" [On Interrelations Between Some Three-Valued

Logical Calculi], *Uspekhi matematicheskikh nauk*, 1964, Vol. 19, No. 2(116), pp. 177—181. (in Russian)

[45] Shoesmith, D.J., Smiley, T.J. *Multiple-Conclusion Logic.* Cambrige University Press, 1978. 409 pp.

[46] Steinberger F. "Why Conclusions Should Remain Single", *Journal of Philosophical Logic*, 2011, Vol. 40, No. 3, pp. 333–355.

[47] Tomova, N.E. "A Lattice of Implicative Extensions of Regular Kleene's Logics", *Reports on Mathematical Logic*, 2012, No. 47, pp. 173–182.

[48] Tomova, N.E. *Estestvennye trekhznachnye logiki: funktsional'nye svoistva i otnosheniya* [Natural Three-Valued Logics: Functional properties and Relations]. M.: IFRAN, 2012. 89 pp. (In Russian)

[49] Wójcicki, R. *Lectures on Propositional Calculi.* Wroclaw: Ossolineum, 1984. 292 pp.

[50] Wójcicki, R. *Theory of Logical Calculi: Basic Theory of Consequence Operations.* Dordrecht: Kluwer, 1988. 474 pp.

[51] Yablonskii, S.V. "Funktsional'nye postroeniya v k-znachnoi logike" [Functional Constructions in k-Valued Logic], *Trudy matematicheskogo instituta im. V.A. Steklova*, 1958, Vol. 51, pp. 5–142. (in Russian)

Логические исследования
2016. Т. 22. № 2. С. 59–72
УДК 16

Logical Investigations
2016, Vol. 22, No. 2, pp. 59–72
DOI: 10.21146/2074-1472-2016-22-2-59-72

Философская логика
Philosophical Logic

E.G. Dragalina-Chernaya

The Roots of Logical Hylomorphism[1]

Dragalina-Chernaya Elena Grigor'evna
National Research University Higher School of Economics
21/4 Staraya Basmannaya St., Moscow, 105066, Russian Federation
e-mail: edragalina@gmail.com

The main purpose of this paper is to discuss the origin and the bounds of the schematic hylomorphism in ancient and medieval logic. The sub-purposes are fourfold. Firstly, various explications of the logical hylomorphism will be illustrated. Secondly, I propose to reevaluate certain interpretations of Aristotle's syllogistic. I attempt to answer the question why Aristotle was not the founder of logical hylomorphism. Thirdly, I aim to qualify the schematic hylomorphism of Alexander of Aphrodisias. Finally, I focus on the medieval discussions on syncategoremata and formal consequences.

Keywords: logical hylomorphism, logical form, logical matter, syllogistic, categorematic term, syncategorematic term, material consequence, formal consequence

Introduction

The intuition of formality is a principle traditionally used to demarcate the boundaries of logic. While a variety of definitions of the formal have been suggested, this paper will use the dichotomy first mentioned by Edmund Husserl [24] who characterizes formal logic as both *apophantic analytics* and *formal ontology.* According to John Corcoran [12], logic as formal ontology investigates general aspects of reality while logic as

[1]This study (research grant No. 14-01-0020) was supported by The National Research University-Higher School of Economics' Academic Fund Program in 2014–2015.

formal epistemology describes the process of deduction. Catarina Dutilh Novaes [18] distinguished the formal as pertaining to forms from the formal as pertaining to rules. However, 'the formal as pertaining to forms' seems tautological and 'the formal as pertaining to rules' appears too narrow. As a consequence, my approach is based on the distinction between substantial and dynamic models of formality (see [16], [17]). Dynamic formality pertains not only to rules, but also to purposes of actions. The dominant idea of this model stresses the dynamics of goal-directed activities. In essense, the distinction between the two models of the formal is based upon the dynamic of an action versus the static of a substance dichotomy rather than upon the form versus rules dichotomy.

The substantial hylomorphism presupposes the interpretation of the formal as an abstraction from matter. Alonzo Church writes:

> Traditionally, (formal) logic is concerned with the analysis of sentences or of propositions and of proof with attention to the form in abstraction from the matter. This distinction between form and matter is not easy to make precise immediately [10, p. 1].

The variability of matter may concern terms or models (see [18]). Thus, various modifications of the substantial formality may be classified into two clusters, i.e. the formal as schematic (see [13], [30]) and the formal as model-theoretic invariance (see [6], [21], [22], [36]). In other words, the form of argument represents a scheme, in other words, a result of the substitution of all the non-logical terms with variables of the corresponding categories.

1. Form and matter in Aristotle's syllogistic

Logic is about the form, not the matter. Aristotle is the father of logic as a formal discipline. These axioms are veridical, but they are vague. It is generally accepted that the logical hylomorphism goes back to the Aristotelian form (morphe) versus matter (hyle) dichotomy. As Edmund Husserl tells us,

> Aristotle substituted algebraic letters for the words (terms) indicating the material: that which is spoken about in the statements, that which de-

> termines judgments as judgments relating to divers material provinces or single matters [24, p. 48].

Furthermore, according to Timothy Smiley,

> Aristotle created mathematical logic by inventing its distinctive object of study, the formalized language [37, p. 1].

However, the role of Aristotle as the founder of logical hylomorphism may be challenged. Although formal logic is traditionally traced back to Aristotle, he did not apply formality as a criterion for logicality. Moreover, Aristotelian form versus matter distinction is absent from the Organon (see [3, p. 39–40], [9, p. 8]). Aristotle applies this distinction to logic only twice: in Physics (195a18-19) and in Metaphysics (1013b19-20). The two passages are almost identical. Aristotle observes that the premises of an inference (hypotheses) are matter for the conclusion. These passages do not imply the logical hylomorphism because they say nothing about the logical form or the formal structure of the premises and the conclusion. Surprisingly, as John MacFarlane pointed out,

> the father of both formal logic and hylomorphism was not the father of logical hylomorphism [30, p. 255].

The purpose of this section is to unravel the ground of this puzzle.

Aristotle's matter versus form dichotomy has a vast spectrum of the literature on the subject. However, Elizabeth Anscombe and Peter Geach write:

> There is hardly a statement about form in the Metaphysics that is not (at least verbally) contradicted by some other statement [2, p. 75].

First, Aristotle was clear about the dichotomy between the matter and form of primary substances, but not of language entities. Second, he was not a mereological hylomorphist, that is, he did not take matter and form to be themselves parts of the whole they compose. For Aristotle, the form is not a part of a whole conjoined with its material parts but the essence of a being, the dynamic principle of its organization. As it was shown by Myles Burnyeat [9], in *Metaphysics* Aristotle distinguishes between logical (*logikōs*) and physical analyses. While logical analyses are abstract, the physical studies address to the concepts of matter and form as principles appropriate to the subject.

One immediate and obvious difficulty that we meet is a difficulty to explain why Aristotle uses letters of the alphabet, like 'A', 'B', 'C', instead of concrete terms if he did not distinguish between logical form and logical matter. Here is an exemplary formulation for the first syllogism in the first figure (Barbara) from the Prior Analytics:

> if A belongs to every B and B belongs to every C, it is necessary for A to belong to every C (Pr. An., 25b37-9).

According to Jan Łukasiewicz, Aristotle's syllogisms are not inference schemata but conditional propositions. He understands Aristotle's 'schematic letters' as object language variables. Łukasiewicz wrote:

> The introduction of variables into logic is one of the Aristotle's greatest inventions [29, p. 7].

Similarly, the editor of the Prior Analytics Gisela Striker notes that

> the crucial innovation... that makes syllogistic a formal system is the introduction of letters as placeholders for the terms [39, p. xii].

In contrast, Arthur Prior was the first who claims that Aristotle's syllogisms are meta-theoretical statements about inferences ([33, p. 116], see also [7], [35]). From this perspective syllogisms are not conditional propositions $(p\&q) \supset r$ but metalanguage statements $(p\&q) \vdash r$, where p, q, and r are categorical propositions (see [5]). According to Corcoran,

> there is no need to postulate object language variables for Aristotle's system [11, p. 98].

For Corcoran, Aristotle's syllogistic is a theory concerned with the structure of inference, i.e. syllogistic proofs. He writes:

> Aristotle nowhere refers to argument forms or propositional functions. All apparent exceptions are best understood as metalinguistic reference to 'concrete syllogisms' [11, p. 126].

As Corcoran tells us, Aristotelian grammar is too trivial while his semantics is complex enough to act as an analog to modern syntactic or semantic results. As he put it,

> most of Aristotle's metasystematic results are proof-theoretic: they concern the relationship between the deductive system D and various subsystems of it [11, p. 113].

In fact, Aristotle is not interested in the syntactic structure or in the regimentations of the arguments. Aristotle does not employ a canonical language in his syllogistics (see [32]). The Prior Analytics contains different expressions for arguments, i.e. 'A is predicated of all B', 'A belongs to all B', 'A is in the whole of B' and 'A follows all of B'. Aristotle does not prescribe which expression to use. Any expression is allowable as long as it has the same meaning. For example, when Aristotle demonstrates that two premises 'M holds of every N' and 'M does not hold of some O' yields a conclusion 'N does not hold of some O' (Baroco), he adds:

> And if M holds of every N but not of every X, then there will be a deduction that N does not hold of every X. (The demonstration is the same) (Pr. An., 27b1–3).

Since the Hellenistic period this small but often quoted fragment from the Prior Analytics drew special attention of commentators. Alexander of Aphrodisias (born at the end of the 2nd century A.D.), arguing against 'the moderns' ('the more recent thinkers', i.e. Stoics), asserts:

> This is an argument of the sort which the more recent thinkers call subsyllogistic: it takes something equivalent to the syllogistic premiss and deduces the same thing from it. ('Does not hold of some' has been transformed into 'does not hold of every', which is equivalent to it.) The more recent thinkers deny that such arguments are syllogisms, since they look to the words and the expression. Aristotle, however, looks to the meanings (when the same things are meant) rather than to the words, and says that the same syllogism is deduced when the expression of the conclusion is transformed in this way-granted that the conjunction is in general syllogistic [1, 84. 11-19].

As Corcoran writes,

> it is doubtful that Aristotle ever conceived of a language apart from its intended interpretation. In other words, it seems that Aristotle did not separate logical syntax from semantics [11, p. 104].

The freedom of paraphrase which Aristotle allows himself in representing and interchanging syntactically different arguments with the same meaning implies Łukasiewicz's verdict:

> Aristotelian logic is formal without being formalistic [29, p. 15].

But logic cannot be schematically formal without being formalistic. Thus, the Aristotelian schematic hylomorphism is a mirage. Aristotle's letters are not schematic, that is to say, they are not object language variables waiting to be filled by concrete terms but 'dummy letters' which might be given a meaning (see [11], [23], [26]). As Katerina Ierodiakonou pointed out,

> the only difference between examples with letters and examples with terms such as 'animal', 'man', 'horse' lies in the fact that, obviously, only in the case of letters is it irrelevant what they actually stand for. That is to say, although propositions with letters are either true or false, propositions with terms such as 'animal', 'man', 'horse' have an identifiable truth-value [25, p. 137].

Although 'dummy letters' have meanings their use indicates that the truth-values of propositions do not affect the validity of syllogistic inference rules. The Aristotelian syllogistic is concerned with the formal relations between perfect and imperfect rules of inference rather than with the canonical structures of categorical statements. According to Aristotle,

> all the imperfect syllogisms are made perfect by means of the first figure (Pr. An., 29a30).

His aim is not to create a formalized language as a canon for syllogistic reasoning but rather to provide a formal criterion for determining when no assumption of syllogisms is missing. All the perfect syllogisms of the first figure "are completed through themselves" (Pr. An., 29b6-8) while all the imperfect syllogisms of the second and the third figures "are completed by taking in addition certain things" (Pr. An., 28a5-6, see also Pr. An., 29a15-16). To sum up, the Aristotelian reductive approach to patterns of inference (i.e. to syllogistic moods in the three figures) shifts focus from the schematic towards the dynamic model of formality.

2. Alexander of Aphrodisias on logical form and logical matter

One can find schematic interpretation of formality in the insightful comments to *Prior Analytics* by Alexander of Aphrodisias, known as the *Exegetist*. Alexander's commentaries show that by his time the logical matter versus logical form dichotomy was already thoroughly familiar (see [3]). Starting from the Aristotle's mould analogy, he writes:

> The figures of the syllogism are like a sort of common matrix. You may fit matter into them and mould the same form for different matters. Just as, in the case of matrixes, the matters fitted into them differ not in respect of form or figure but in respect of matter, so too is it with the syllogistic figures [1, p. 48].

According to Alexander, Aristotelian schematic letters stand for the matter of the argument:

> He uses letters in his exposition in order to indicate to us that the conclusions do not depend on the matter but on the figure, on the conjunction of the premises and on the moods. For so-and-so is deduced syllogistically not because the matter is of such-and-such a kind but because the combination is so-and-so. The letters, then, show that the conclusion will be such-and-such universally, always, and for every assumption [1, p. 116].

The Exegetist attributes to Aristotle the logically significant distinction between the variable matter and invariable form:

> Combinations are called syllogistic and reliable if they do not alter together with differences in the matter, i.e. if they do not deduce and prove different things at different times, but always and in every material instance preserve one and the same form in the conclusion. Combinations which change and alter configuration together with the matter and acquire different and conflicting conclusions at different times, are non-syllogistic and unreliable [1, p. 114].

Thus, it was Alexander of Aphrodisias who first offered the invariance criterion for the logical form. However, much uncertainty still exists about the Alexander's theory of logical matter. He wanted to definitively connect logical form and logical matter with metaphysical form and matter. But since form is inseparable from matter logical form is also inseparable from logical matter. As it was shown by Kevin Flannery [23], Alexander treated the logical matter as occupying an intermediate position between things and form. For Alexander, the logical matter of a syllogism is determined by the scientific or dialectical discourse in which this syllogistical inference scheme is embedded.

3. Syncategoremata and the formal consequence in medieval logic

Logic was treated by the medievals as a *scientia sermocinalis* whose function was to describe the formal structure of language. The explicit schematic hylomorphism in medieval logic rests on two famous dichotomies: (1) categorematic terms (*categoremata*) versus syncategorematic terms (*syncategoremata*), and (2) material versus formal consequences. The medieval distinction between categoremata and syncategoremata goes back to Priscian (fl. 500 AD) who attributes the dichotomy to Peripatetic. Norman Kretzmann suggests that the "career of the syncategoremata" within the *logica moderna* falls into three stages: (1) their emergence (in the twelfth century, especially the latter half); (2) their identification as a separate treatises (from the last quarter of the twelfth century to the last quarter of the thirteenth); (3a) their assimilation into general treatises on logic; and (3b) their absorption into the sophisma-literature (from the first quarter of the fourteenth century to the disintegration of scholastic logic) (see [28, p. 215]). According to Ernest Moody, in the 14th century it became customary to call the categorematic terms the matter and the syncategorematic signs the form of propositions (see [31, p. 16-17]. Dutilh Novaes [suggests, in turn, that

> there were sporadic applications of the form vs. matter distinction to arguments in the medieval Latin tradition already in the twelfth century;

> but later, the thirteenth century witnessed something of an explosion of uses of hylomorphism in logic [19, p. 345].

In any case, for the fourteenth-century logician John Buridan (d. c. 1358), categorematic terms refer to the matter of a proposition or consequence whereas all the rest, i.e. syncategorematic terms, refers to form (see [8, I.7.2]). He writes:

> A formal consequence is one that holds for all terms retaining the same form, or if you wish to speak carefully... for which any equiform proposition which might be formed would be an acceptable consequence. For example, 'That which is A is B, so that which is B is A'... A material consequence is where not every proposition of the same form is valid,.. e.g., 'A man runs, so an animal runs', because it is not valid with these terms: 'A horse walks, so wood walks'... No material consequence is evident except by reduction to a formal consequence by the addition of some necessary proposition [8, I.4].

By consequence Buridan meant not the relations between propositions but implied proposition, i.e. implication:

> Now a consequence is a molecular proposition, for it is composed from several propositions conjoined by the expression 'if' or by the expression 'therefore' or something similar [8, I.3].

On the contrary, Robert Fland , writing in Oxford around 1350, considered all the analytic consequences as formal ones (see also [34]):

> General rules are given in order to appreciate when an inference is formally valid. The first is this: where the conclusion is formally understood in the premises. For example, this inference is formally valid: 'There is a man, so there is an animal' because the conclusion 'animal' is formally understood in the premise, namely, 'man' [38, p. 57].

Presumably, the 'formal understanding' of the conclusion in the premises implies the transcendental relation between the premises and the conclusion. According to scholasticism, the transcendental relation is 'anchored' in the essences of relata. For example, it is impossible for God to create a man without creating an animal. For René Descartes, conversely, eternal truths do not limit God's perfection, but only our ability to understand God's perfection. In his second letter to Mersenne Descartes writes:

> The eternal truths... are not known as true by God in any way which would imply that they are true independently of him [14, 3:24].

From this point of view, to discuss what is possible or impossible for God is a wrong way of doing logic (see [15]). The Paris school did not use the vague concept of 'formal understanding' but it is based on the obscure distinction between meaningful categorematic and meaningless syncategorematic terms. More than fifty different words were considered as syncategorematic terms by Latin medieval authors (see [28, p. 212]). From the beginning of the centuries-old debate, philosophers who dealt with syncategoremata explicitly offered syntactic account of them. According to syntactic criterion, syncategorematic terms cannot be subjects or predicates of propositions. Thus, the medieval syntactic approach is limited by non-universal syllogistical assumption that every proposition has one subject and one predicate. Moreover, a syncategorematic term may be a subject when it is used as an autonymous symbol (e.g., 'No is an adverb' or 'And is a copulative conjunction'). The medievals try to get over the difficulty by focusing on the significative (i.e. non autonymous) use of the subject and predicate as the matter of the mental proposition. Albert of Saxony who taught at Paris from 1351 to 1362 writes in his *Perutilis logica* ('Very Useful Logic'):

> A categorematic term is said to be one which, taken significatively, can be a subject or a predicate, or a part of the subject or a part of the distributed predicate, of a categorical proposition. For example, these terms 'man', 'animal', 'stone', are called categorematic terms because they have a definite and determinate signification. A syncategorematic term, however, is said to be one which, taken significatively, cannot be the subject or the predicate, nor a part of the subject nor a part of the distributed predicate, of a categorical proposition [31, p. 16].

Therefore, the medieval logicians have to distinguish *semantically* between different uses of terms, i.e. between different kinds of suppositions (see [27]). In addition, according to medieval semantic criterion, syncategoremata have no meaning. They signify nothing outside the mind but merely co-signify, that is to say, they modify the semantic functions of categorematic terms. For Buridan, a mental proposition is generated by adding a form, i.e. a complexive concept (*conceptus complexiuus*) signified by a copula, to a pair of simple concepts, that is, to a subject and a predicate. As is the case with physical things, the form of a mental proposition cannot exist without matter (see [40]). However, in modern model-theoretic semantics, 'syncategorematic' terms receive independent semantic values (e.g., generalized quantifiers are interpreted as sets of subsets of the domains).

4. Conclusions

Logical hylomorphism is based upon the distinction between logical form and logical matter. Curiously enough, the status of logical form was not exactly determined in ancient and medieval logic. On the one hand, the logical matter versus logical form dichotomy cannot be considered as an extrapolation of metaphysical form versus matter dichotomy. On the other hand, ancient and medieval authors have failed to propose a coherent syntactic or semantic criterion for the demarcation of logical terms and formal consequence. Shifting focus from the static of a substance towards the dynamic of an action offers some important insights into the demarcation of the bounds of logic as a formal art.

References

[1] Alexander of Aphrodisias. *"On Aristotle's Prior Analytics 1.1–7"*, trans. by J. Barnes, S. Bobzien, K. Flannery, and K. Ierodiakonou; London: Duckworth, 1991. 252 pp.

[2] Anscombe, G.E.M. and P.T. Geach. *"Three Philosophers: Aristotle, Aquinas, Frege"*. Oxford: Blackwell, 1961. 162 pp.

[3] Barnes, J. "Logical Form and Logical Matter", *Logica, Mente e Persona*, ed. by A. Alberti. Florence: Leo S. Olschki, Editore, 1990, pp. 1–119.

[4] Béziau, J.-Y. "What is 'Formal Logic'?", *Proceedings of the XXII World Congress of Philosophy*, Vol. 13, Logic and Philosophy of Logic, 2008, pp. 9–22.

[5] Bocharov, V.A. and V.I. Markin. *"Sillogicheskie teorii"* [Syllogistic theories]. Moscow: Progress-traditsiya Publ., 2010. 336 pp. (In Russian)

[6] Bonnay, D. "Logicality and Invariance", *Bulletin of Symbolic Logic*, 2008, Vol. 14, pp. 29–68.

[7] Boger, G. "Aristotle's Underlying Logic", *Handbook of the History of Logic*, eds. by D.M. Gabbay, J. Woods, and A. Kanamori. Elsevier, 2004, pp. 1–101.

[8] Buridan, J. *"Tractatus de Consequentiis"*, ed. by Hubert Hubien. Louvain: Publications Universitaires, 1976. 138 pp.

[9] Burnyeat, M. *"A Map of Metaphysics Zeta"*. Pittsburgh: Mathesis Publications, 2001. 176 pp.

[10] Church, A. *"Introduction to Mathematical Logic"*. Princeton: Princeton University Press., 1996. 392 pp.

[11] Corcoran, J. Aristotle's Natural Deduction System, *Ancient logic and its modern interpretations*, ed. by J. Corcoran. Boston, 1974, pp. 85–132.

[12] Corcoran, J. "The Founding of Logic", *Ancient Philosophy*, 1994, Vol. 14, pp. 9–24.

[13] Corcoran, J. "Schemata: The Concept of Schema in the History of Logic", *The Bulletin of Symbolic Logic*, 2006, Vol. 12, No. 2, pp. 219–240.

[14] Descartes, R. *"The Philosophical Writings of Descartes"*, eds. by J. Gottingham, R. Stoothoff, and D. Murdoch. Cambridge: Cambridge University Press, 1991, Vol. 3. 432 pp.

[15] Dragalina-Chernaya, E. "L'interprétation performative du Cogito cartésien", *Cahiers de philosophie de l'Université de Caen*, 2013, Vol. 50, pp. 121–139.

[16] Dragalina-Chernaya, E. "Logical Hylomorphism Revisited", *Philosophy, Mathematics, Linguistics: Aspects of Interaction 2014 (PhML–2014)*. St. Petersburg: The Euler International Mathematical Institute, 2014, pp. 6–11.

[17] Dragalina-Chernaya, E. *"Neformal'nye zametki o logicheskoi forme"* [Informal notes on logical form]. St. Petersburg: Aleteiya, 2015. 202 pp. (In Russian)

[18] Dutilh Novaes, C. "The Different Ways in which Logic is (Said to Be) Formal", *History and Philosophy of Logic*, 2011, Vol. 32, pp. 303–332.

[19] Dutilh Novaes, C. "Reassessing logical hylomorphism and the demarcation of logical constants", *Synthese*, 2012, Vol. 185, No. 3, pp. 387–410.

[20] Dutilh Novaes, C. "Form and Matter in Later Latin Medieval Logic: The Cases of *Suppositio* and *Consequentia*", *Journal of the History of Philosophy*, 2012, Vol. 50, No. 3, pp. 339–364

[21] Dutilh Novaes, C. "The Undergeneration of Permutation Invariance as a Criterion for Logicality", *Erkenntnis*, 2014, Vol. 79, No. 1, pp. 81–97.

[22] Feferman, S. "Set-theoretical invariance criteria for logicality", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 2010, Vol. 51, pp. 3–20.

[23] Flannery, K. L. *"Ways into the Logic of Alexander of Aphrodisias"*. Leiden: Brill, 1994. 170 pp.

[24] Husserl, E. *"Formal and Transcendental Logic"*. Dordrecht: Springer, 1969. 340 pp.

[25] Ierodiakonou, K. "Aristotle's Use of Examples in the 'Prior Analytics"', *Phronesis*, 2002, Vol. 47, No. 2, pp. 127–152.

[26] Kirwan, C. *"Logic and Argument"*. New York: University Press, 1978. 299 pp.

[27] Klima, G. "Syncategoremata", *Encyclopedia of Language & Linguistics, Second Edition*, ed. by K. Brown. Oxford: Elsevier, 2006, Vol. 12, pp. 353–356.

[28] Kretzmann, N. "Syncategoremata, exponibilia, sophismata", *Cambridge History of Later Medieval Philosophy*,eds. by N. Kretzmann, A. Kenny & J. Pinborg. Cambridge, 1982, pp. 211–245.

[29] Łukasiewicz, J. *"Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modem Formal Logic"*, 2nd ed., Oxford, 1957. 222 pp.

[30] MacFarlane, J. *"What does it mean to say that logic is formal?"* PhD dissertation, Pittsburgh University, 2000.

[31] Moody, E. *"Truth and Consequence in Mediaeval Logic"*, North–Holland, 1953. 113 pp.

[32] Morison, B. "What was Aristotle's Concept of Logical Form?", *Episteme, etc. Essays in Honour of Jonathan Barnes*, eds. by B. Morison & K. Ierodiakonou. Oxford: Oxford University Press, 2012, pp. 172–88.

[33] Prior, A. N. *"Formal Logic"*, 2nd ed., Oxford, 1962. 341 pp.

[34] Read, S. "The Medieval Theory of Consequence", *Synthese*, 2012, Vol. 187, pp. 899–912.

[35] Rose, L. E. *"Aristotle' s Syllogistic"*. Springfield, 1968. 148 pp.

[36] Sher, G. "The Foundational Problem of Logic", *The Bulletin of Symbolic Logic*, 2013, Vol. 19, No. 2, pp. 145–198.

[37] Smiley, T. “The Schematic Fallacy”, *Proceedings of the Aristotelian Society*, 1982–3, Vol. 83, pp. 1–17.

[38] Spade, P. “Robert Fland’s consequentiae: An edition”, *Mediaeval Studies*, 1976, Vol. 38, pp. 54–84.

[39] Striker, G. *“Aristotle’s Prior Analytics: Book 1”*. Oxford: Clarendon Press, 2009. 268 pp.

[40] Thom, P. “Logical Form”, *The Oxford Handbook of Medieval Philosophy*, ed. by J. Marenbon. Oxford University Press., 2012, pp. 271–288.

Логические исследования
2016. Т. 22. № 2. С. 73–90
УДК 519.767.2

Logical Investigations
2016, Vol. 22, No. 2, pp. 73–90
DOI: 10.21146/2074-1472-2016-22-2-73-90

Daniel Tiskin

Transparent Readings and Privileged Worlds

Tiskin Daniel
Institute of Philosophy, Saint Petersburg State University
5 Mendeleevskaya Liniya, St. Petersburg, 199034, Russian Federation
e-mail: daniel.tiskin@gmail.com

I present a problem for Sauerland's [24] account of the restrictions on certain non-standard *de re* readings in propositional attitude reports. Sauerland's idea is to postulate the ontological prominence of the actual world so that no merely possible individual could have an actual counterpart. However, the problem Sauerland aims to solve extends to multiply nested attitude reports, where his prominence considerations are insufficient to explain either attested or non-attested readings. A solution I propose involves switching to tree-like possible world frames, thus creating an infinity of ontological levels. A remedy for Sauerland's problem, the approach is shown to have shortcomings as regards the definability of factivity.

Keywords: propositional attitude reports, *de dicto*, *de re*, possible worlds, counterpart semantics, tree frames

1. Restrictions on transparent readings

The received *de re* / *de dicto* distinction for propositional attitude reports has been by now challenged in multiple publications (starting from Fodor [7] and Bäuerle [3]; later in [1, 4, 28, 14] and others) where it was argued that transparent (i.e. *de re*) readings exist not only for determiner phrases (DPs) as a whole but also for restrictor predicates of several kinds of DPs, prominently for indefinites and definites.

For instance, (1) would traditionally be said to have two readings: a *de dicto* reading, which amounts to 'Charley's desire is to buy a coat similar to Bill's, whatever particular coat it is', and a *de re* reading, which can be paraphrased as 'There is a coat like Bill's s.t. Charley wants to buy it (even though maybe he does not realise that it is a coat or it is like Bill's)'. The newly recognised reading is outlined below the sentence (1).

1. Charley wants to buy a coat like Bill's. [7]
   Possible: 'Charley wants to buy some coat or other provided that it is of a particular kind, and the speaker knows Bill has a coat of that kind' (non-specific transparent).

The simplest scope theory of *de re / de dicto* [23], which uses only the movement[1] of whole DPs from their surface syntactic positions to the left, cannot derive the non-specific transparent reading of (1). The reason is that traditionally only full noun phrases have been assumed to move, whereas in (1) such movement of *a coat like Bill's* would result in the plain *de re* reading. What we would like to get might perhaps be derived via the movement of the predicate *coat like Bill's*, but such mechanism is either problematic from the syntactic viewpoint or semantically incorrect [26].

Therefore, the movement account was supplemented with overt possible world (or situation) variables in the syntax. The variables are bound by lambda-abstractors in subordinate clauses (such as *to buy a coat like Bill's* in (1)), and in main clauses their values are supplied by the contextual world index. Here is how the three attested readings of (1) come about on that account:[2]

- *de re*:
  [a coat_like_Bill's$_@$] λx[Charley wants λw[Charley buys$_w$ x]][3]
- *de dicto*:
  Charley wants λw[Charley buys$_w$ [a coat_like_Bill's$_w$]]
- non-specific transparent:
  Charley wants λw[Charley buys$_w$ [a coat_like_Bill's$_@$]]

[1] In generative approaches to natural language semantics, it is commonplace to assume a special level of representation, called Logical Form (LF), which may differ from surface syntax w.r.t. the positions of various scope-taking expressions.

[2] I shall uniformly designate the actual world by the index @.

[3] Many features of the syntax and semantics of attitude reports are simplified in the present paper. For instance, we completely abstract from *de se* phenomena (see [16] for a classical discussion) and represent the null subject PRO in (1) as if it were the overt subject *Charley*. Likewise, in (9a) below we abstract from indexicality and replace the denotation of *my* with the denotation of *the speaker*.

The distribution of the variables, however, needs to be constrained in the following ways [20, 19, 13, 22]:

Main Predicate Constraint = Generalisation X The main predicate is always interpreted at the index bound by the closest binder above; thus (2) cannot mean that Mary believes something of the set of *actual* Canadians:

2. Mary thinks that my brother is Canadian.

Adverb Constraint = Generalisation Y The adverb which modifies the main predicate is always interpreted at the index bound by the closest binder above; thus (3) cannot mean that Mary thinks my brother won the first 10 rounds out of 20 while actually there were only 10 rounds and he won all of them:

3. Mary thinks that my brother always won the game.

Intersective Predicate Constraint = Generalisation Z An adjectival modifier with intersective semantics has to be evaluated at the same index as its head noun phrase (NP); thus (4) cannot mean that Mary believes he is a bachelor while he is actually married, or vice versa:

4. Mary thinks that the married bachelor is confused.

Presuppositional DP Constraint Weak determiner phrases (DPs) — i.e. non-presuppositional ones, those able to occur in *there is X* construction — are always interpreted at the index bound by the closest binder above; thus (5) cannot be true if John has correctly counted the horses but mistakenly believes they are donkeys:

5. John thinks that there are two horses.

Nested DP Constraint If DP$'$ is embedded into DP, DP$'$ cannot be interpreted at a lower index than DP; thus (6) cannot mean that Mary believes of the actual wife of the actual governor that she is indeed the wife, but of someone who she believes to be the president:

6. Mary thinks the wife of the president is nice.

It is generally believed that the best way to implement such restrictions is to make them inevitable due to general syntactic or semantic reasons, for them to be "explained without any stipulated constraints" [25]. Prima facie nothing prevents multiple occurrences of world variables within a single DP (e.g. one as an argument of the determiner and one for each predicate within its restrictor) as well as next to main predicates; Schwarz [27], an example of a syntactic approach to restriction, cuts the range of such positions severely, leaving explicit overt pronouns (as providing a "resourse situation") only at determiners; other predicates get their denotations either w.r.t. such resource situations or w.r.t. the world index immediately dominating the clause (the latter being the only option for main predicates, which thus observe Generalisation X).

Schueler [25] provides another syntactic solution; he replaces our familiar λ-abstraction, canonically [10] introduced by numerical indices in the syntax, with much more restrictive β-binders in the sense of [5, 6].[4]

In contrast to Schueler and Schwarz, Romoli and Sudo [22] provide an explanation that relies upon the view that DPs trigger presuppositions, which can be resolved in several positions, yielding — as they claim — exactly the available readings. For instance, the non-specific transparent reading of (1) obtains by projecting the presupposition that there is a set of coats like Bill's up to the highest level; the content of (1) will then amount to 'there is the unique set X of coat like Bill's s.t. Charley wants to buy a member of X'.

While there may be cases where each of the theories fails and hence a radically different explanation may be in order [26, 30], in the present paper I will be dealing with yet another non-stipulative solution, this time semantic, proposed by Sauerland [24]. It hinges on the idea that the actual world @ has ontological priority over possible worlds, so there

[4]Sauerland [24] refers to Shimada [29] as presenting another purely syntactic way to derive one constraint, namely Percus's [20] Generalisation X.

can be no counterpart functions mapping merely possible individuals to actual ones. After describing Sauerland's approach in Section 2, I present a contrast with multiple embeddings I believe it cannot explain (Section 2.2). Then in Section 3 I outline my proposal; its essence is that one should restrict oneself to tree-like possible world frames, which will guarantee that Sauerland's priority condition hold at all levels. The proposal is demonstrated to suffice for the cases Sauerland cannot handle (Section 4). After that a brief conclusion follows.

2. Sauerland on counterpart functions

Sauerland describes a semantics able to handle belief contexts, which is based on counterpart semantics due to Lewis [15, 17]. In that sort of semantics, once an individual is chosen, there is no need to specify which world it belongs to, as each individual only inhabits one.[5]

Reference to counterparts is realised via counterpart functions. $f_w(y)$ is a *counterpart function* mapping an individual y (wherever it lives) to its counterpart at the world w. If y itself exists at w, then $f_w(y) = y$ (as for Lewis, my only counterpart in my own world is myself). Importantly, nothing forces the functions to be defined both ways, either from the actual world @ to worlds accessible from it or the other way round. In fact Sauerland's claim is that in order to account for (some of) the restrictions mentioned in Section 1, one has to assume that @ has *a privileged status* over all other worlds: all its inhabitants can (but of course do not have to) have counterparts "abroad", whereas "foreign" individuals are never mapped to @ citizens by any counterpart function.

Here is a preliminary semantics for attitude verbs, exemplified by belief.

7. $[\![\text{believe}]\!] = \lambda P.\lambda x.\lambda w : \forall v \in \text{dox}_w(x) : P(v)$,
   where $\text{dox}_w(x)$ is the set of x's doxastic alternatives at the world w.

[5]Similarly, once an individual is given, the domain of its world can be specified as just the set of all and only the individuals *cohabitating* a world with the individual given; there is no more need in independent means of referring to worlds. Sauerland makes extensive use of this idea, but in my paper nothing hinges on it, so I retreat to more conventional world variables.

So the world argument for the proposition P under the attitude verb is supplied by the verb itself, which functions as a quantifier over worlds; but a given predicate in the scope of an attitude verb may choose to take a different world variable, bound by a higher λ-abstractor, for that end. This is essentially how one can get *de re* readings.

Dealing with *de re* reports, Sauerland first notes that in certain cases apparently contradictory attributions are not in fact contradictory, as in Quine's [21]

8. (a) Ralph believes that Ortcutt is a spy.
   (b) Ralph believes that Ortcutt is not a spy.

For Sauerland, like essentially for many of his predecessors (since [12]), the non-contradiction means that different *acquaintance functions* are invoked in (8a) and (8b). An acquaintance function is a function from attitude holders to individuals; for a given holder, it picks up a single (if any) individual in the holder's world satisfying the definite description associated with the acquaintance relation (e.g. 'x sees y sneaking around on the docks'). All the individuals it picks up in the worlds of the holder's counterparts are considered counterparts(-via-acquaintance) for the one picked up at @:

$$\mathsf{C}_{f,v}(x) = y \text{ iff } \exists a : f_{@} = x \wedge f_v = y.$$

(This is how counterparthood and acquaintance are related.) Of course two different acquaintance relations can yield different objects of acquaintance at some possible worlds while coinciding in their values at @. This is exactly what happens in Quine's puzzle: the acquaintance relations 'x sees y as the man in the brown hat' and 'x sees y as the man on the beach' yield, for Ralph as x, the same person Ortcutt at @ but different individuals in all Ralph's doxastic alternatives.

Finally, considerations on the behaviour of negation and *only* lead Sauerland to the conclusion that in cases of *de re*, an acquaintance function and its world-identifying argument should appear in the syntax (and not, say, be supplied by the context, roughly as in [2]).

2.1. Constraints explained?

Getting eventually to restrictions on transparent readings, recall what has already been mentioned: according to Sauerland,

> counterpart relations are intuitively asymmetric because we see our actual world as privileged over other possible worlds (p. 78);

so the two individuals in Ralph's belief worlds are counterparts of the real Ortcutt (as they are "causally related" to him) while he is a counterpart of neither. Sauerland shows how this idea accounts for Generalisation X, Generalisation Z and Nested DP Constraint.

Generalisation X: Percus's example would have to have the following LF, should the transparent reading of the main predicate be intended (definites are assumed *not* to be quantifiers):

9. (a) Mary thinks that my brother is Canadian.
   (b) # Mary thinks $\lambda w[\underbrace{[\varnothing_{\text{the}} \text{ speaker's-brother}_w]}_{\text{type } \langle s,e\rangle} \text{ is-Canadian}_@\ ]$.[6]

This requires that we find an individual in a doxastic alternative of Mary's who is the (counterpart-of-the-)speaker's brother and ensure that its counterpart is Canadian at @. This is, however, impossible since $\mathsf{C}_{f,@}(x_1)$ is undefined for any f as @ is "privileged" and no counterpart function is allowed to map from a less privileged world into a more privileged one.

Generalisation Z: Keshet's example involves Predicate Modification, which, according to Sauerland (p. 80) and contrary to the classical presentation of [10], is obligatory (i.e. it cannot be replaced with Functional Application, as suggested by Heim and Kratzer) and targets two predicates before they can apply to an argument. Therefore, in order for the sentence to be true, there has to be an individual satisfying both predicates; one cannot be content with a certain thing being a bachelor and *its counterpart* being married. This is reflected in the LF below,

[6] Here no counterpart function appears, as *my brother* is read *de dicto*; cf. also (11b) below.

where the argument is applied to the intersection of the two properties and the result is then fed to a counterpart function; thus the restriction comes for free (once Sauerland's use of Predicate Modification is acknowledged) and the readings below are the only ones possible (and of course both absurd, since nothing in any world is both a bachelor and married).

10. (a) Mary thinks that the married bachelor is confused.
    (b) Mary thinks $\lambda w[\ \mathsf{C}_{f,w}\big(\text{the [married } \cap_{@/w} \text{ bachelor]}\big)$ is-confused$_w$.

Here a counterpart function f is evoked which returns a counterpart at w of the individual who is both a bachelor and married (either actually or at w).

Nested DP Constraint: Romoli and Sudo's example forces one to look for an actual married counterpart (as required by the denotation of *wife*) of the non-actual president. Given Sauerland's assumption about the privileged status of @, this is impossible, so the reading below does not arise.

11. (a) Mary thinks that the wife of the president is nice.
    (b) # Mary thinks $\lambda w[\ \mathsf{C}_{f,w}\big(\text{the wife-of}_{@} \text{ [the pres.}_{w}]\big)$ is-nice$_w$].

2.2. A rejoinder

I will now show that Sauerland explanation works only insofar as he limits himself to one level of embedding; once nested reports are considered, the theory is jeopardised.

Consider (12).

12. (a) John believes that Mary thinks the wife of the president is nice.
    i. # [J. believes^w [... M. thinks^v [... [wife$_w$ ... president$_v$ ...]]]]
    ii. ✓ [J. believes^w [... M. thinks^v [... [wife$_v$ ... president$_w$ ...]]]]
    (b) Mary believes that John thinks the wife of the president is nice.

The indexing outlined in (12(a)i) — of course there are other indexings, including several acceptable ones — is banned in natural language.[7] Sauerland would have to say that's because there is no way to find a counterpart of the president-in-v in w. Assuming that counterpart functions only map from @ to other worlds (only those accessible from @ or, alternatively, just all other worlds), this is conceivable; there is just no mapping from the domain of v onto w's domain.

Such a way of explanation, however, soon falls short of explanatory power. John and Mary are both actual individuals in the domain of @, so obviously the doxastic alternatives of the former are in no way privileged over the doxastic alternatives of the latter, neither is the opposite the case. So either counterpart functions run both from Mary's worlds to John's worlds and vice versa, or they run in neither direction. But why is (12(a)ii) an *acceptable* indexing then?

The predicament concerning (12a) puts into doubt the claim that ontological priority is sufficient for the explanation of the restrictions. In what follows, I show that one could maintain a certain version of the priority view, although the changes it brings to the received possible world semantics are considerable.

3. Reflection semantics

The move that would allow to maintain Sauerland's way of explanation may be very simply put: the two attitude verbs in (12a) (and, of course, the same for (12b)) — as any two attitude verbs differing in the holder argument or in the level of embedding — must *quantify over non-overlapping domains.* In other words, no Mary's belief world can be John's belief world, even if neither of the two agents excludes the state of affairs at @ from what may be the case! Even in the limiting case where John and Mary have all and only correct beliefs (i.e. the

[7]The literature on transparent readings, including the first mention of the Nested DP Constraint [22], typically does not concern itself with multiple embeddings. There are sporadic exceptions though, e.g. Sudo's [30] discussion of the possible readings of (*the*) *linguist* in

($*$) Bill doubts that John thinks that the linguist was nervous (Sudo's (40), p. 455).

only complete state of affairs they consider possible is that at @), the worlds that represent their beliefs should be distinct from each other (and therefore from @, as there is no reason to prefer one of the two agents, who would be said to have direct access to @, over the other who wouldn't).

The same goes for other levels of embedding: the set of worlds Mary considers-at-@ Sue's doxastic alternatives cannot overlap with the set of worlds *John* considers-at-@ Sue's alternatives; neither with the set of Sue's actual alternatives at @.

Frames of the described kind, called *tree frames*, have been defined by [11] and put to use (with anti-reflexivity added) in [8]; [9] as a response to a problem in the semantics for multi-agent dynamic epistemic logics (the same problem is described in [18]). The problem had to do with the fact that

> arrows (and worlds) can play several roles in a Kripke model... If we remove the arrow (on the world y) from the model to model change in the information of a in x [i.e. to indicate that a has come to believe that p], also the information of b in x will change.
>
> $$a, b \circlearrowleft \underset{x}{\overset{p}{\bullet}} \xrightarrow[a]{\qquad} \underset{y}{\overset{\neg p}{\bullet}}$$
>
> In the new model $[B_b B_a p]$ is true, while previously this was not the case. [9, p. 110]

The property of possible world structures where, for any w, v, the sets of worlds accessible from w and from v do not overlap is this: In a tree-like frame, a given possible world may be the second member of *no more than one* pair in the extension of the union of all relevant accessibility relations, although it can be the first member of any number (≥ 0) of such pairs. (A notable world with 0 preceding worlds is @.) Formally [11],

Definition 1 (tree frame). A tree frame is a frame $\langle W, R\rangle$[8] s.t.

[8]For the needs of the present paper, here R should be read as the union of all accessibility relations one is eager to define, not just a single such relation.

- there is the unique root world $w(\in W)$ s.t. $\forall v \in W : w(R\circ\ldots\circ R)v$;
- it is anti-symmetrical: $\forall w, v : (wRv \wedge vRw) \Rightarrow (w = v)$;
- it is anti-convergent: $\forall w, v : (\exists u(wRu \wedge vRu)) \Rightarrow (w = v)$.[9]

I will additionally require *anti-reflexivity* ($\neg\exists w : wRw$) and presume it in what follows.

The name *reflection semantics* conveys the intuition that the semantics reminds of Leibniz's idea that a monad (a sentient being) mentally represents the whole world (presumably, including the perceptions of other monads) but has no direct access to it; its mental space is inaccessible for other monads, nor can it directly see what they represent. (Everything is put into its mind by God.)

It will be convenient in what follows to refer to the set of all and only worlds directly accessible from a given world (and, by Definition 1 above, not from any other world) as the *foliage* of this world. Note that on this use of the term, the foliage of a world w *does not contain* w. We shall also refer to the part of a tree-like frame starting from w as the *branch* of w; w's branch *does* contain w.

3.1. Models

Let us agree to speak in terms of one common domain of individuals D, out of which a selection $D_w \subseteq D$ is made for each world w; $\forall w, v : D_w \cap D_v = \varnothing$. (We could be less strict and allow intersection for the domains of worlds belonging to the same foliage; for we are less interested here in trans-world existence *per se* but rather in "trans-attitude-holder" existence and identification. On the option we have chosen, trans-world identity within a single foliage can be provided via counterpart functions that work in both directions, as obviously the reasonable restrictions on their "backward" application do not come into play here; there is just

[9] Compared to the definition of *convergence* given in [11, p. 270], this definition of *anti-convergence* does not make reference to the world where w and v are both accessible from. It plainly states that no world is accessible from more than one world, even if the world it is accessible from is not accessible from anything (i.e. is the root).

no way to tell apart "forward" and "backward" application within a foliage — indeed this was the cause of Sauerland's lapse.)

A *model* is defined as

$$\mathcal{M} = \langle D, W, Inh \rangle,$$

where $Inh : W \mapsto \wp(D), \forall w, v \in W : w \neq v \Rightarrow Inh(w) \cap Inh(v) = \varnothing$[10] is the inhabitant function that selects for each world its exclusive domain.

As counterpart relations are defined via acquaintance functions and those, in turn, in terms of descriptions, no counterpart relation is built into the model.

3.2. Factivity in tree-like frames

A question is pending and should be answered before we present an account of the problematic (12). Namely, if no world can be literally accessible from itself, how to represent factive attitudes?

The problem I have in mind is the following. As long as only non-factive attitudes are concerned, reflection semantics poses no obvious difficulties. But as soon as we want an account of e.g. knowledge, we would like a property of reflective frames that would guarantee factivity, i.e. that all instances of the scheme **T** hold:

$$\mathbf{knows}(a, \phi) \to \phi.$$

In usual Kripke semantics, the property in question is *reflexivity* of the accessibility relation (which we have just employed all our ingenuity to rule out).

A reasonable candidate for the property in question might be the following. Among the attitudinal alternatives of an agent (i.e. of an individual in D_w for some w) there must be a world *bisimilar* to w modulo counterparts, i.e. a world v s.t. the conjunction of the following holds:

[10] $Inh(w) = D_w \subseteq D$. The non-intersection condition presumes that we have decided not to allow overlapping domains even for worlds in the same foliage. The power set $\wp(D)$ appears in our definition because to each world there corresponds some subset of the domain of individuals.

- all propositional atoms are true at v iff they are true at w;

- for any accessibility arrow connecting v to a certain world v', there is an arrow connecting w to a certain w' bisimilar to v';

- for any accessibility arrow connecting w to a certain world w', there is an arrow connecting v to a certain v' bisimilar to w'.

Bisimulation modulo counterparts means that the roles of all the inhabitants of w are played by their counterparts via some counterpart functions in v. If an agent is omniscient, all her alternatives are bisimilar to the world she inhabits, again modulo counterparts.

Now there is a problem. One can reasonably assume that no human agent is acquainted (in any way) with all individuals in her world. Thus not all individuals at @ are values of some counterpart function or other; this makes the notion of bisimilarity modulo counterparts devoid of any practical sense: there is plainly no world satisfying the requirement of being the same as @ except for the roles of actual individuals being played by their counterparts via this or that acquaintance function.[11]

So far I can do no better than just build into the denotation of *knows* the presupposition that its complement hold in the world of evaluation.[12]

13. $[\![\text{know}]\!] = \lambda P.\lambda x.\lambda w[P(w) \equiv \top] : \forall v \in \text{dox}_w(x).P(v) \equiv \top$

The point here is that the actual truth of the embedded proposition is a *presupposition* for either truth or falsity of the whole knowledge report; with the presupposition unsatisfied, the whole report gets the truth value "undefined". Therefore knowledge turns out to be no more than true belief. One can feel free to take this as a limitation of the present approach.

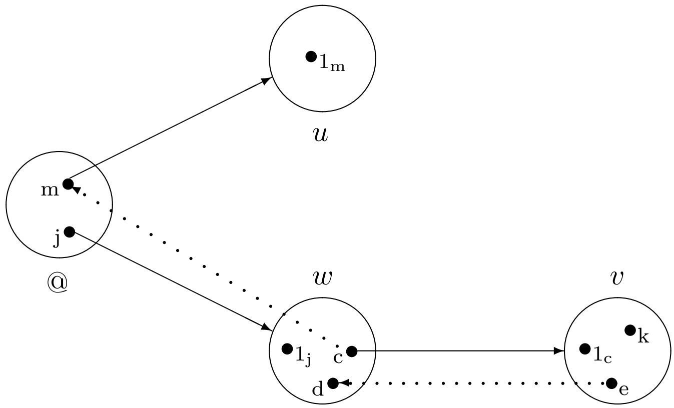

Fig. 1. The worlds for (12(a)ii). Solid lines: accessibility relations; dotted lines: counterparthood. The subscripted 1 is a counterpart of the attitude holder in her doxastic alternative, i.e. the Lewisian [16] centre of the world.

4. Sauerland's problem solved

Having settled down the framework of reflection semantics, we can now outline the solution of Sauerland's problem.

As long as an embedded belief operator forces us to leave the foliage quantified over by the embedding operator, after *thinks* in (12(a)ii) we find ourselves in a world v which is a doxastic alternative accessible from a belief world w of John's. But whose doxastic alternative is v? We are tempted to say it's Mary's; however, Mary lives only in the actual world. So we conclude that v is a doxastic alternative of a certain individual $c \in D_w$ who is a counterpart of Mary's. At v we find the individual k, who is the wife of another individual, e (of course inhabiting v as well). Now, we are told that the president, who has a wife at v, is himself

[11] Cf. a related but not the same (mine is about @) problem noted in [24]: "Orin Percus... points out that there could be acquaintance functions that the individual u forgot about and hence might not be defined for all doxastic alternatives of u" (p. 72, fn. 9).

[12] Cf. (7′) for the denotation of *believe*.

not at v; so we place the president d into w and stipulate that e is his counterpart. That is, what is literally conveyed by (12(a)ii) is that

> for all John's belief worlds w, there is an object c existing only at w:
>
> > for all c's belief worlds v, there is an object k existing only at v:
> >
> > > k is a wife of an individual e and k is nice and
> > >
> > > e is a counterpart of some $d \in D_w$ and
> >
> > d is the president and
>
> c is a counterpart of Mary.

Here is how this interpretation of (12(a)ii) comes about. The stipulated LF for (12(a)ii) is

14. John thinks $\lambda w[\ \mathsf{C}_{f,w}(\text{Mary})$ thinks$_w$ $\lambda v[$
$$\mathsf{C}_{g,v}\big(\text{the wife-of}_v\ [\text{the pres.}_{w}]\big)\ \text{is-nice}_v\ ]]$$

The interpretation of this LF (assuming that the functions f and g are contextually supplied) is as follows:

15. $\forall w \in \text{dox}_{@}(j) : \forall v \in \text{dox}_v(\mathsf{C}_{f,w}(m)) :$
$$\mathbf{nice}_v\big(\iota x(\mathbf{wife\_of}_v(x, \mathsf{C}_{g,v}(\iota y(\mathbf{president}_w(y))))))\big)$$

As one can see, (a) no counterpart function takes an argument in a world farther from @ than the individual it yields; (b) neither does a counterpart function relate two individuals out of which neither's world is accessible from the other's world via a chain of accessibility relations. Taken together, (a) and (b) amount to the world of the function's argument being the head of some branch wherein the world of the function's value is to be found. In the case of (12(a)i), (a) is violated, so we get an impossible reading, as

$$\mathsf{C}_{g,w}(\iota y(\mathbf{president}_v(y)))$$

is undefined: v is accessible from w and thus has lower ontological status than w, so nothing at w may be a counterpart of anything (e.g. the president) at v.

5. Conclusion

Sauerland's way of explaining constraints on transparent readings is not the only one on the market, and it was not the aim of the present paper to make and justify the choice, although a purely semantic explanation may be for several reasons considered welcome. The aim of the paper was to demonstrate that the simplest formulation of the ontological priority principle for the actual world @ fails to distinguish between attested and unattested indexings in doubly embedded clauses. The idea that allows to cope with this difficulty is to stipulate an infinite number of ontological priority levels, each corresponding to the number of accessibility arrows needed to get to a world from @. To make use of this idea, one has to restrict the range of possible frames to tree-like frames in the sense described above (Definition 1). However, this move complicates the computation as it uses more non-actual counterparts (as opposed to actual individuals) than the traditional approach. Another shortcoming — at least so far — is that factive attitudes are defined in a philosophically non-satisfactory way.

References

[1] Abusch, D. "The Scope of Indefinites", *Natural Language Semantics*. 1993, Vol. 2, No. 2, pp. 83–135.

[2] Aloni, M. *Quantification under Conceptual Covers*. PhD thesis, ILLC, University of Amsterdam, 2001. 204 pp.

[3] Bäuerle, R. "Pragmatisch-semantische Aspekte der NP-interpretation", *Allgemeine Sprachwissenschaft, Sprachtypologie und Textlinguistik*, 1983, pp. 121–131.

[4] Bonomi, A. Transparency and specificity in intensional contexts, in: *On Quine, New Essays*, 1995, pp. 164–185.

[5] Büring, D. "Crossover Situations", *Natural Language Semantics*, 2004, Vol. 12, No. 1, pp. 23–62.

[6] Büring, D. *Binding Theory*. Cambridge University Press, 2005. 294 pp.

[7] Fodor, J.D. *The Linguistic Description of Opaque Contexts*. Garland, 1979. 388 pp.

[8] Gerbrandy, J.D., Groeneveld, W. "Reasoning about Information Change", *Journal of Logic, Language and Information*, 1997, Vol. 6, No. 2, pp. 147–169.

[9] Gerbrandy, J.D. *Bisimulations on Planet Kripke*. ILLC Dissertation Series, 1999. 184 pp.

[10] Heim, I., Kratzer, A. *Semantics in Generative Grammar*. Oxford: Blackwell, 1998. 334 pp.

[11] Hughes, G.E., Cresswell, M.J. *A New Introduction to Modal Logic*. Routledge, 1996. 432 pp.

[12] Kaplan, D. "Quantifying in", *Synthese*, 1968, Vol. 19, pp. 178–214.

[13] Keshet, E. "Only the strong: Restricting Situation Variables", *Proceedings of SALT*, Vol. 18, 2008, pp. 483–495.

[14] Keshet, E. "Split Intensionality: A New Scope Theory of *de re* and *de dicto*", *Linguistics and Philosophy*, 2010, Vol. 33, No. 4, pp. 251–283.

[15] Lewis, D. "Counterpart Theory and Quantified Modal Logic", *The Journal of Philosophy*, 1968, Vol. 65, No. 5, pp. 113–126.

[16] Lewis, D. "Attitudes *de dicto* and *de se*", *Philosophical Review*, 1979, Vol. 88, No. 4, pp. 513–543.

[17] Lewis, D. *On the plurality of worlds*, Blackwell, 1986. 288 pp.

[18] Lomuscio, A. *Knowledge Sharing Among Ideal Agents*. PhD thesis, University of Birmingham, 1999. 170 pp.

[19] Musan, R.I. *On the Temporal Interpretation of Noun Phrases*, Garland, 1997. 208 pp.

[20] Percus, O. "Constraints on Some Other Variables in Syntax", *Natural Language Semantics*, 2000, Vol. 8, No. 3, pp. 173–229.

[21] Quine, W.V.O. "Quantifiers and Propositional Attitudes", *Journal of Philosophy*, 1956, Vol. 53, No. 5, pp. 177–187.

[22] Romoli, J., Sudo, Y. "*De re / de dicto* ambiguity and presupposition projection". In *Proceedings of Sinn und Bedeutung*, Vol. 13, 2009, pp. 425–438.

[23] Russell, B. "On Denoting", *Mind*, 1905, Vol. 14, No. 56, pp. 479–493.

[24] Sauerland, U. "Counterparts Block Some 'de re' Readings", in: L. Crnič and U. Sauerland (eds.), *The Art and Craft of Semantics: A Festschrift for Irene Heim*, MITWPL, 2014, Vol. 2, pp. 65–85.

[25] Schueler, D. "World Variable Binding and Beta-binding", *Journal of Semantics*, 2011, Vol. 28, No. 2, pp. 241–266.

[26] Schwager, M. "Speaking of Qualities", *Proceedings of SALT*, Vol. 19, 2009, pp. 395–412.

[27] Schwarz, F. "Situation Pronouns in Determiner Phrases", *Natural Language Semantics*, 2012, Vol. 20, No. 4, pp. 431–475.

[28] Sharvit, Y. "Individual Concepts and Attitude Reports", *Proceedings of SALT*, Vol. 8, 1998, pp. 233–248.

[29] Shimada, J. *Head Movement, Binding Theory, and Phrase Structure*. MIT, 2007. [http://research.nii.ac.jp/kanazawa/semantics/2007/0817/Head_Movement_Binding_Theory_Phrase_Structure.pdf, accessed on 26.01.2016].

[30] Sudo, Y. "On *de re* Predicates", *Proceedings of WCCFL* 31, 2014, pp. 447–456.

Логические исследования
2016. Т. 22. № 2. С. 91–122
УДК 16

Logical Investigations
2016, Vol. 22, No. 2, pp. 91–122
DOI: 10.21146/2074-1472-2016-22-2-91-122

История логики
History of Logic

О.Ю. Гончарко, Я.А. Слинин, Д.А. Черноглазов

Логические идеи Феодора Продрома: «Ксенедем, или гласы»[1]

Гончарко Оксана Юрьевна
Санкт-Петербургский государственный университет
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9
e-mail: goncharko_oksana@mail.ru

Слинин Ярослав Анатольевич
Институт философии,
Санкт-Петербургский государственный университет
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9
e-mail: slinin@mail.ru

Черноглазов Дмитрий Александрович
Санкт-Петербургский государственный университет
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9
e-mail: d_chernoglazov@mail.ru

В данной статье — первой в историко-философском цикле наших статей о логических трудах Феодора Продрома — рассматривается диалог «Ксенедем, или гласы», написанный в платоновской традиции диалога и посвященный разбору определений пяти предикабилий Порфирия. Этот мало изученный логический труд широко известного византийского автора XII века до сих пор не переведен ни на один из современных языков научного сообщества и практически неизвестен как в историко-логической научной литературе, так и в исследованиях, посвященных византийской художественной литературе. Однако, он представляет определенный интерес с точки зрения изучения историко-логической, историко-философской и историко-литературной проблематики. Цель статьи — познакомить современного читателя с логическими головоломками Феодора Продрома, а также предложить некоторые наброски их возможных решений.

[1]В статье представлены исследовательские результаты, полученные при выполнении проекта РГНФ № 15-03-00138 «Античная логика и византийская интеллектуальная традиция: аспекты рецепции».

Ключевые слова: история логики, средневековая логика, византийская философия XI–XII вв.

Феодор Продром представляет собой одну из центральных, ключевых фигур в византийской интеллектуальной среде XII в., т.е. в эпоху Комниновского возрождения, когда Византийская Империя достигла одного из своих расцветов, как политического, так и духовного. Феодор Продром был придворным поэтом, оратором и ученым. Под его именем до нас дошли самые разнообразные сочинения, например, речи, торжественные оды, хвалебные стихотворения в адрес самодержца и представителей императорской фамилии, комментарии к канонам Иоанна Дамаскина, любовный роман в ямбах, пародийная драма о войне кошек и мышей, сатирические диалоги, письма к разным лицам и т.д. Продром уделяет внимание не только риторике, сатире, богословию, но и философии и логике. Его труды необходимо рассматривать наряду с сочинениями Михаила Пселла, Иоанна Итала, Михаила Эфесского и Эвстратия Никейского. XI–XII века — эпоха расцвета византийской философии и византийской логической мысли, и Феодор Продром здесь один из наиболее важных авторов, наследие которого предстоит проанализировать.

Логические и философские взгляды Феодора Продрома отражены в трех его сочинениях. Первое из них — это комментарий ко второй книге «Второй Аналитики» Аристотеля. Этот текст довольно большой, он до сих пор не опубликован, хотя о нем и существует некоторая литература [19], [20]. Есть основания полагать, что в скором времени он будет издан специалистом в области истории логики М. Какуросом и будет доступен для чтения и изучения.

Второе произведение — трактат «О великом и малом». В этом небольшом сочинении, обращенном к учителю Феодора Продрома Михаилу Италику, автор вступает в спор с Аристотелем. В «Категориях», согласно Продрому, Аристотель утверждает, что понятия великого и малого, немногого и многого принадлежат категории отношения. Продром с этим не согласен, он возводит эти понятия к категории количества и разными способами, в частности, опираясь на аргументы Аристотеля из других сочинений, пытается это доказать. Трактат содержит элементы диалога. Продром обращается напрямую к Аристотелю, задает ему вопросы, отвечает на то, на что Аристотель мог бы возразить, и т.д., хотя напрямую Аристотелю слово не предоставляется.

И, наконец, третье произведение Феодора Продрома — это диалог «Ксенедем, или гласы» (*Ξενέδημος ἢ Φωναί*), написанный в платоновской традиции. Сосредоточим свое внимание на этом произведении. Несмотря на то что этот диалог уже давно известен научному сообществу — его кратко характеризует в своей монографии о Феодоре Продроме С.Д. Пападимитриу [7, с. 109–113], о нем упоминается в обобщающих трудах С. Эббесена [22, p. 81–82], Б.Н. Татакиса [26, σ. 209], Г. Хунгера [23, S. 25, 35], А. Калделлиса [24, p. 252] — до сих пор никто из исследователей не рассмотрел его логическое содержание. В целом, анализу этого любопытного текста посвящена всего одна научная работа — это небольшая статья Н.Г. Харалампопулоса [27]. Между тем, диалог, безусловно, заслуживает как всестороннего изучения, так и критического издания.

Фабула диалога такова: афинянин Мусей приходит к Ксенедему и просит его рассказать о знаменитом философе Теокле из Византия, его учителе и родственнике. Ксенедем превозносит мудрость и красноречие Теокла, но Мусею не достаточно этой абстрактной похвалы — ему нужен более конкретный рассказ о философских взглядах Теокла, и тогда Ксенедем делится с ним воспоминанием из своего детства: однажды, когда он шел в школу (он изучал тогда «Введение» Порфирия), ему повстречался Теокл, завязалась беседа об определениях пяти «гласов», Теокл стал задавать Ксенедему вопросы и — сократовским диалектическим методом — привел его к убеждению, что все пять определений, которые он выучил в школе, не выдерживают критики. Теокл оставляет юношу в полном недоумении и растерянности. Основное содержание «Ксенедема» — это критическое рассмотрение пяти признаков понятия, т.е. предикабилий, или гласов, описанных Порфирием в его «Введении к “Категориям” Аристотеля». В предыдущих работах нами был проведен стилистический, жанровый и историко-литературный анализ [2], описаны основные персонажи, и сделаны выводы об их возможных византийских прототипах [3]. В данной статье предлагается историко-философский анализ логического содержания диалога, посвященного проблеме определения предикабилий Порфирия. Проследим последовательно, каким образом разворачивается обсуждение каждого определения.

I. О роде

Диалог начинается с обыгрывания Ксенедемом двух смыслов понятия рода: «так пусть мой род сгинет в неизвестности, если я тебе сейчас не объясню, что такое род!» (*αλλ΄ ἀνώνυμον μοι τό γένος ὀλεῖται, εἰ μή σοι τὰ περὶ γένους ἀκριβῶς διασαφησαίμην*) [21, 207.10–12], — а заканчивается подведением читателя к выводу о необходимости еще одного различия в использовании этого термина: «рода» как понятия языка-объекта и «рода» как метаязыкового понятия. Порфирий в самом начале главы «О роде» также разделяет три возможных смысла слова «род»: 1) «под родом разумеется, с одной стороны, совокупность тех или иных вещей, известным образом относящихся к чему-нибудь одному и также — друг к другу. В этом смысле говорится о роде Гераклидов» [25, 1а 17–19][2]; 2) «как о начале рождения для каждого существа, считая либо по родившему, либо по тому месту, где человек родился... Платон — афинянин» [25, 1а 22–25]; 3) «еще в другом смысле говорится о роде — поскольку ему подчиняется вид, причем здесь о нем сказано может быть по некоторому сходству с первыми двумя определениями: ведь такой род есть и некоторое начало для того, что подчинено ему, и, по-видимому, он охватывает также все подчиненное ему множество» [25, 1а 32–35]. И тут же Порфирий дает описание (*ὑπογραφή*) понятия рода, которое само не является родо-видовым определением рода, как того требует аристотелевская процедура определения: «В то время, как о роде можно говорить в трех смыслах, у философов идет о нем речь в третьем из них: в даваемой ими приблизительной формулировке они признают родом то, что сказывается при указании существа вещи о многих и различающихся по виду вещах, — примером здесь может быть живое существо» [25, 1а 37–40]. Ксенедем со ссылкой на Порфирия дает следующее определение рода: «ибо род — это то, что сказывается о многих и различных по виду вещах в отношении то-

[2]Здесь и далее перевод приводится по [8].

го, что они есть» (*γένος γὰρ εἶναι τὸ κατὰ πλειόνων καὶ διαφόρῳ τῷ εἴδει ἐν τῷ τί ἐστι κατηγορούμενον*) [21, 208.27–28], которое дословно совпадает с определением Порфирия [25, 1a 39]. Однако Теокл цитирует «определение» рода у Порфирия: «Но посредством этого определения всё ещё остаётся непонятным, чем из сущих предметов является род» (*τὶ δὲ τῶν ὄντων ὑπάρχον τὸ γένος, τῷ τοιούτῳ ἀποδίδοται λόγῳ*) [21, 207.26–28]. Другими словами, Теокл не считает определение рода у Порфирия собственно определением.

Стоит также отметить, что Порфирий не дает строгих определений своим понятиям (*φώναι*), он предлагает для них лишь некоторые «характеристики значения» (*ἡ ὑπογραφὴ τῆς ἐννοίας*), Теокл же анализирует их с точки зрения правил определения и, конечно же, находит неточности, которые действительно присутствуют в тексте Порфирия, но в нем же и оговариваются.

На вопрос Теокла о том, к какой из десяти категорий Аристотеля относится род, Ксенедем дает ответ — к категории соотнесенного: «Чем же являясь, он [род] обрел связь с видом... чем же тогда является род, если он с чем-то соотносится?» (*τί γὰρ ὂν ἔπειτα τὴν πρὸς τὸ εἶδος εἴληχε σχέσιν, ... τί γοῦν καὶ τὸ γένος γε ὄν᾽ ἐπεὶ πρός τι πῶς ἔχει*) [21, 208.1–5]. Однако роды и виды называются Аристотелем вторыми сущностями, потому что «только они выявляют первую сущность» [18, 2b 30][3]. В этом смысле они обнаруживают себя в процессе выявления сущности вещи. На этот ответ Ксенедема Теокл возражает, что «причислить понятие рода к категории соотнесенного означает необходимость отделить его от всех остальных категорий» (*καὶ τίνι τῆς δεκάδος μέρει τοῦτο συνάψαιμεν, πᾶσα γὰρ ἀνάγκη τῆς λοιπῆς ἀλλοτριῶσαι αὐτὸ ἐννεάδος*) [21, 208.5–6], пытаясь подтолкнуть Ксенедема к мысли о том, что «либо род выпадет из сущего, либо станет единым общим понятием для всех десяти категорий, и если первое невозможно, то второе необходимо» (*ὡς μηδὲν μᾶλλον ἕτερον ἑτέρου γένος εἶναι, καὶ γενικώτατον᾽ κινδυνεύει οὖν, ἢ τὸ εἶναι τὸ γένος διαπεσεῖν, ἢ ὂν ἔξω τῆς δεκάδος, καὶ ὑπερ ταύτην εἶναι ὑπποτεθῆναι᾽ εἰ δὲ τὸ πρῶτον ἀλογισταίνει, τὸ δεύτερον ἀναγκαίως εἰσάγεται*) [21, 208.9–12]. Поэтому Теокл предлага-

[3]Здесь и далее перевод приводится по [1].

ет Ксенедему сделать «род» (имя рода) предикатом десяти категорий (*κατηγορῶμεν τῶν δέκα τοῦ γένους τὸ ὄνομα*) [21, 208.22] и приходит к выводу о том, что род — это синоним категории, будучи одновременно родом десяти родов (т.е. десяти категорий). Однако это решение не устраивает собеседников, и они приходят к затруднению, переходя на язык метафор: «многовластие перешло в единовластие, а множество — в единицу» [21, 209.5–6].

Возможную причину затруднения Теокл предлагает видеть в том, что одно и то же понятие «род» является одновременно и синонимом категории и «родом категории». У Аристотеля тоже можно найти примеры использования слова «род» в качестве синонима категории [18, 11b 15]. Аристотель осознает, что род — это синоним категории, и использует эти понятия в качестве взаимозаменимых: роды — это категории, и одновременно категории — это роды. Используя терминологию современной логики, можно было бы прояснить это «затруднение» Ксенедема и Теокла следующим образом: как понятие рода, так и понятие категории, обладая свойством автореферентности, могут применяться сами к себе и порождать конструкции типа «роды родов», «категория категории» и проч.: это свойство вполне объясняет, каким образом понятие категории может использоваться как в значении синонима понятия рода, так и в значении того, что является разновидностью рода. Если же обратиться непосредственно к тексту Порфирия, то можно обнаружить даже, что понятие рода шире, чем понятие категории, ибо категория — это наивысший род (*γενικώτατον*), и помимо категорий существуют еще другие виды родов: например, промежуточные роды (*τὰ μέσα*), которые являются родами для ниже стоящих видов и видами для выше стоящих родов. В этом смысле и имя рода и сам род будут сказываться о категории.

Завершается разговор о роде указанием Теокла на следующую дилемму: род как и «животное вообще» — либо ничто, либо вторично — тогда Теокл «дает по аналогии существование и роду», определяя его по Порфирию [21, 209.19–21], что также не противоречит и аристотелевскому решению вопроса об «онтологическом» статусе рода: вторая сущность.

Исследователь творчества Феодора Продрома Н.Г. Хараламбопулос по поводу сюжета о роде пишет: «Теокл подчеркивает, что ежели род определяется как сказуемое, которое характеризует многие и различные по виду предметы с указанием их сущности (208.26-28), тогда все аристотелевские категории необходимо рассматривать как принадлежащие одному роду, поскольку все они покрываются неким более общим определением, что обнаруживается и в их общем названии "десять родов". В таком случае, все существующие вещи (*ὅλα τὰ ὄντα*) будут отнесены к одному и тому же роду, что действительно абсурдно» [27, σ. 193]. Н.Г. Хараламбопулос в целом верно передает логику рассуждения Теокла, однако, как следует из самого текста, как раз последнего вывода Теокл не делает (по крайней мере не произносит): о том, что все существующие вещи будут отнесены к одному и тому же роду. Теокл сам вовсе не продуцирует вывод, но скорее метафору того, как многовластие перешло в единовластие, а данный неправильный вывод, конечно, подразумеваемый, предлагается сделать Ксенедему (однако и он по этому поводу молчит) или читателю диалога (что и делает Н.Г. Хараламбопулос как идеальный читатель). Теокл (а, может быть, Продром?) провоцирует сделать неправильные выводы, чтобы привести читателя к затруднению и побудить перечитать Аристотеля и Порфирия, системы которых свободны от этих недостатков. Порфирий специально оговаривает этот момент во «Введении»: «Только при указании родословных возводят начало по большей части к одному источнику, примерно сказать — к Зевсу, между тем при родах и при видах дело обстоит иначе: ведь сущее не является одним общим родом для всего, и все сущее не является однородным на основе одного наивысшего рода, как говорит Аристотель. Примем, напротив, как у него в "Категориях", десять первых родов в качестве десяти первых начал; тогда если обозначить все их как сущее, такое обозначение будет у них, по его словам, одинаковым по имени (ὁμωνύμως), но не одинаковым по смыслу (συνωνύμως). Дело в том, что если бы сущее было одним общим родом для всего, тогда все называлось бы сущим в одном общем смысле, а так как имеется десять первых родов, то общность дается только по имени, но не в то же время и по смыслу, раскрывающемуся в соответствии с именем» [25, 2b 6–12].

Стоит отдельно отметить, что в этой части диалога «Ксенедем», посвященной обсуждению определений понятия «род», Продромом используются такие «софизмы», как подмена темы вопроса: например, согласно Аристотелю, роды и виды относятся к категории сущности (так и называясь — вторыми сущностями). В связи с этим Ксенедему необходимо было бы ответить на вопрос Теокла о том, к какой из десяти категорий относится род, отнеся его к категории сущности. Ксенедем же, отвечая на этот вопрос иначе, т.е. относя понятие рода к категории соотнесенного, на самом деле просто отвечает на другой вопрос: не на вопрос о том, что такое род, а на вопрос о том, как «работает» это понятие. Однако если учесть, что диалог «Ксенедем» не является в собственном смысле научным трактатом по логике, но скорее относится к жанру учебного пособия по логике, который предполагает умышленное приведение к затруднению как способ формулировки учебного задания, то можно предположить, что читатель, которому Феодор Продром адресует текст, должен заметить эту подмену и, обратившись к текстам Порфирия и Аристотеля, объяснить, в чем заключается ошибка Ксенедема. С другой стороны, помимо формулировки «затруднений» в педагогических целях Продром подходит к выражению автореферентного характера как понятия «род», так и понятия «категория», однако не имея под рукой соответствующей терминологии для выражения этого свойства понятий, изящным образом обыгрывает всевозможные затруднения, к которым неизбежно приходят собеседники, смешивая два уровня значений понятия «род»: уровень языка-объекта и уровень метаязыка.

Что же касается «апории», связанной с тем, что род — это синоним категории, можно было бы сказать следующее: с одной стороны, категории — это, безусловно, роды сущего, но, с другой стороны, категории можно сделать объектом исследования, и тогда, как указывает Продром, род можно сделать их предикатом. Тогда они будут интерпретированы уже не как роды сущего, а как наивысшие роды (*γενικώτατα*), т.е. понятия с особой синтаксической функцией: быть наиболее общими родами, метапонятиями. И понятие «род» в этом случае будет уже употребляться не в смысле конкретного рода (рода «животное», например), а в смысле «рода» как функции, рода как гласа. В этом смысле каждая категория может быть конкретным родом, который входит в определение при указании сущности чего бы то ни было, а также может использоваться как функция в значении *γενικώτατον*. Суждение же о том, что отношения рода и вида принадлежат категории соотнесенного, тоже верно постольку, поскольку родо-видовые отношения — это разновидность отношений. Однако если определять род и вид по отдельности — это вторые сущности, и поэтому принадлежат категории сущности.

У Порфирия нет парадокса также и в связи с тем, что одно и то же понятие (например, «живое существо») может быть родом по отношению к одному (в смысле его деления на виды коня, человека, барса), а видом по отношению к другому («живое существо» как разновидность рода, можно сказать, пример рода). С одной стороны, категории — это наивысшие роды сущего, а с другой стороны — каждая из них вид по отношению к понятию «категория». Вот в каком смысле категория синтаксически может быть видом в одном отношении и родом — в другом отношении. Парадокса здесь тоже нет, поскольку отношения взяты различные.

II. О виде

Сюжет о виде также начинается у Феодора Продрома с вопроса о его определении. И хотя Порфирий в главе о виде сразу же дает как минимум три определения вида, Теокл сосредоточивается лишь на одном из них: а именно на определении «самого последнего вида» (*εἰδικώτατος*): «вид — это то, что сказывается при указании существа вещи о многих, отличных по числу вещах» [21, 210.7–10]. Теокл достаточно игриво (и снова не без учета автореферентного характера понятия «вид») ставит вопрос об определении вида: к какому виду видов относится данное определение? К «самому последнему» или к «виду вообще»? Или к виду коня? Или к виду человека? Но «самые последние виды разнообразны и отличаются друг от друга по виду» [21, 210.32–33], поэтому единственным удовлетворительным определением вида будет определение «вида вообще», включающего и самые последние виды, делящиеся по числу, и не самые последние — которые делятся по видам. Но если такое определение возможно, то оно совпадет с определением рода, и «пятерка понятий обратится в четверку» [21, 211.9].

Данную «критику» определения вида можно в свою очередь покритиковать как с точки зрения «Категорий» Аристотеля, так и с точки зрения «Введения» Порфирия. Во-первых, во «Введении», как уже было сказано выше, дается сразу три определения вида: все вместе они учитывают как то, что виды подчиняются родам и являются подлежащими для родов, так и то, что виды делятся на несколько видов: «самые последние виды» (*εἰδικώτατα*), «промежуточные виды» (*μεταξύ* или *τὰ μέσα*) и «наиболее общие» (*γενικώτατα*) понятия, над которыми больше нет родов, являются «в наивысшей мере» родами. После определений видов Порфирий описывает как работает сама система родо-видового определения: «между тем, что является в наивысшей мере родом (*γενικώτατος*), и тем, что является в наивысшей мере видом (*εἰδικώτατος*), помещаются другие определения, которые, оставаясь одними и теми же, оказываются и родами и видами, если, однако, их ставить в отношение то к одному, то к другому» [25, 1b 5–12].

У Порфирия четко сформулирована идея о том, что в различных отношениях одно и то же понятие может быть и родом и видом, кроме самых предельных видов (которые уже не роды и делятся только по числу) и самых предельных родов (над которыми уже нет других родов, т.е. кроме категорий). При этом Порфирий оговаривает еще два смысла слова «вид» (помимо уже указанных выше трех определений): вид как объемлющее (*ὡς περιέχον*) отдельные вещи и вид как подразделение какого-нибудь рода, т.е. вид как объемлемое (*ὡς περιεχόμενον*) каким-нибудь родом.

В отдельной главе «О виде» у Порфирия перечислены отличия рода и вида как понятий:

1) «род имеется каждый раз один, а видов — несколько» [25, 2b 1];

2) «род сказывается о виде, и все, что стоит выше, — о том, что стоит ниже... обращение не имеет места» [25, 2b 2–4];

3) «индивидуальная вещь охватывается видом, а вид — родом; ибо род есть нечто целое, а индивидуальная вещь — это часть, а вид — и целое и часть, но при этом часть есть часть другого, а целое не включает в себя другое» [25, 2b 27–3a 2].

Также Порфирием написаны специальные две главы, которые так и называются «О том, что есть общего у рода и у вида» и «О различии между родом и видом». Необходимо отметить, что Теокл упоминает только общее (то, что они сказываются о многом; то, что они предшествуют тому, о чем сказываются; то, что они представляют нечто целое) [25, 4b 10–13], основываясь прямо на этой главе Порфирия, при этом оставляя совсем без комментария те различия, которые перечислены во второй главе:

1) «различаются они, поскольку род объемлет виды, а виды объемлются родами и сами не объемлют их: ибо род идет в своем охвате дальше, чем вид» [25, 4b 15–16];

2) «роды предварительно лежат в основе (*προϋποκεῖσθαι*), стоят прежде по природе» [25, 4b 17–18];

3) «со своим упразднением они упраздняют другое, но сами не упраздняются вместе с другим: если существует вид, во всяком случае существует и род, но если существует род, не обязательно существует и вид» [25, 4b 18–20];

4) «роды сказываются о подчиненных им видах в том же самом значении (*συνωνύμως*), а виды о вышестоящих над ними родах не сказываются» [25, 4b 20–21];

5) «ни вид не может оказаться самым высшим родом, ни род — самым последним видом» [25, 4b 23–24].

Указания на те же самые различия можно найти и у Аристотеля в «Категориях»:

1) «вид сказывается о единичном, а род — и о виде, и о единичном» [18, 3a 39];

2) «род при этом определяет нечто большее, чем вид: тот, кто говорит “живое существо”, охватывает нечто большее, чем тот, кто говорит “человек”» [18, 3b 22–24];

3) «роды же всегда первее видов: они не допускают обратного с видами следования бытия» [18, 15a 4].

Порфирий, естественно, отдает себе отчет в том, что промежуточные звенья между самым общим родом и самым последним видом одновременно являются и родами и видами, но только в разных отношениях. Теокл умалчивает о разных отношениях и выдает Ксенедему за мысль Порфирия собственный софизм, форму которого другими словами можно сформулировать так: если нечто одновременно род и вид, то род и вид — это одно и то же.

Н.Г. Харалампопулос так пересказывает сюжет о виде в диалоге «Ксенедем»: «Определение вида признается равным образом неудовлетворительным, поскольку любое определение должно охватывать всю предметную область [определяемого понятия], а не часть ее, поэтому нельзя определить самый последний вид, как это делает Порфирий, но и самый общий вид (210.8). Тогда основание деления данной классификации (*τὸ κριτήριο ταξινόμησης*) не будет количественным согласно определению вида (*ἀριθμῷ*, 210.9), а качественным — согласно определению рода (*τῳ εἴδει*, 211.12). Тогда исчезает единственный различный элемент в формулировке обоих определений, и род поглощает вид (209.29–211.0)» [27, *σ*. 193].

Скорее всего, структура рассуждений Теокла и Ксенедема о виде несколько отличается от предложенной Н.Г. Харалампопулосом интерпретации: Теокл хочет сказать, что настоящий вид в собственном смысле слова — это последний вид (*εἰδικώτατος*), который делится только по числу. Индивиды неопределимы (нельзя дать отдельное определение ни Сократу, ни Кориску), но относятся вместе к общему определению — это последний вид. Различаясь случайными признаками, они соответствуют одной и той же сущности. Теокл говорит, что это понятно, но нужно дать определение виду вообще, т.е. виду как второй сущности. В этом смысле вид — это то, что делится по числу, а не по виду, — вид вообще, а не отдельный вид коня или вид человека. В этом смысле, то, что делится по числу, также подразделяется и на отдельные виды (вид коня, вид человека и т.д.), которые в свою очередь и есть то, что делится по числу. Затруднения не будет, если не смешивать эти понятия: вид вообще и виды вида, вид как вторая сущность и вид как конкретный вид. Вид вообще делится на различные виды, отличающиеся друг от друга по виду (коня, медведя, барса). Выражаясь современным языком, нужно различать метаязыковой вид и вид языка-объекта. «Животное» делится на виды, «растение» делится на виды, «категория» делится на виды. Есть вид как объект метаязыка. Необходимо дать ему определение. Формула «то, что делится по числу» как раз и определяет метаязыковой вид в его отличии от рода. Далее становится возможным деление этого вида (вида как такового) на виды объектного языка (виды животного, виды растения, виды коня). Здесь используется тот же самый прием, что и при обсуждении понятия «род»: не различаются вид как таковой и вид как функция. Теокл играет не только на смешении этих двух аспектов понятия «вид», но и на двусмысленности греческого слова «вид» (*εἶδος* — не только вид в аристотелевском смысле, но и образ, внешность, внешний облик, форма). В этом смысле словосочетание «вид делится по виду» можно понимать не только в смысле «вид делится на виды» (*τὰ μέσα* и *εἰδικώτατα*), но и «вид делится по формам» — формам коня, медведя, барса: вид как таковой нужно определить так, чтобы он не совпадал с определениями отдельных видов (лошади, человека и проч.). Необходимо различать вид вообще и виды «животных»: виды «животных» — это виды вида вообще. Таким образом, имея под рукой определение вида вообще, необходимо его отличать от определения отдельного вида (например, вида «человек»), который делится только по числу и не может обладать свойствами рода вообще, а вот вид вообще, т.е. вид-предикабилия (который сам делится по видам), как раз обладает свойствами рода, что и может вызывать затруднения. Однако здесь нет никакого парадокса, поскольку вид как таковой, вид-предикабилия, или глас, есть род по отношению к частным видам. Вид как таковой есть род для видов отдельных.

Общий смысл этого отрывка диалога, посвященного разбору определения того, что такое вид, таков: всякое общее имя — оно род по отношению к своим спецификациям (подмножествам), что бы мы ни взяли, в том числе и сам «вид». В данном случае он выполняет функцию рода по отношению к своим видам. В этом смысле эта часть диалога построена как на смешении языка-объекта и метаязыка, так и на многозначности греческого слова «вид». Можно было бы утверждать, что Теокл использует прием «учетверение терминов», чтобы сформулировать свой софизм, выдавая его Ксенедему за апорию или ошибку Порфирия.

III. О видовом отличии

Н.Г. Харалампопулос так передает структуру рассуждения о видовом отличии в «Ксенедеме»: «С помощью такого же размышления по поводу слишком общего определения видового отличия делается суждение, что оно не является независимым от остальных четырех гласов, в особенности от рода и вида (212.7–25)» [27, *σ*. 193]. Однако Ксенедем с Теоклом разбирают только одно определение видового отличия: «видовое отличие — это то, чем каждое отличается как целое» (*διαφορὰ γὰρ ἐστιν, ὅτῳ διαφέρει ἕκαστα ὡς ὅλον*) [21, 212.2], при этом Теокл снова формулирует вопрос автореферентным образом: чем видовое отличие *отличается* от видов, родов и прочих признаков понятия? Ведь им же самим отличаются сами признаки друг от друга, при этом каждый из них предполагает различие в своей основе: и по родам различаются вещи, и по видам, и по собственным признакам, и по привходящим.

Между тем, Порфирий сразу оговаривает, что о видовом отличии (по-гречески это просто отличие — *διαφορά*) можно говорить трояко: в общем (*κοινῶς*), в специальном (*ἰδίως*) и в самом специальном (*ἰδιαίτατα*) смыслах:

1) «в общем смысле говорится, что нечто отличается от другого, поскольку обладает отличительным признаком (*ἑτερότης*) или по отношению к самому себе, или по отношению к другому; Сократ отличается от Платона посредством отличительного признака и от самого себя в детстве и в юности, а также в состоянии действия или состоянии покоя он всегда отличен от самого себя в отношении того, каким образом [он существует]» [25, 3a 8–12];[4]

2) «в специальном смысле говорится, что одно отличается от другого посредством неотделимого привходящего признака, например, голубыми глазами или горбатым носом, или шрамом» [25, 3a 12–15];

3) «в самом же специальном смысле говорится, что нечто от другого отличается видообразующим признаком (*εἰδοποιῷ διαφορᾷ*) так, как человек обособлен от лошади образующим вид признаком — качеством разумности» [25, 3a 15–17];

однако «названные признаки, если они таковы в общем и специальном смысле, вносят в вещь изменения, и эти же признаки, если они таковы в самом специальном смысле, делают ее другою» [25, 3a 17–21].

И эти признаки называются у Порфирия по-разному: первые и вторые — просто различающими признаками (*ἁπλῶς διαφοραί*), а третьи — собственно создающими виды (*εἰδοποιοί διαφοραί*): «на основе различающих признаков, создающих другие вещи, получаются разнообразные деления родов на виды и устанавливаются определения, состоящие из рода и подобных признаков» [25, 3a 30–31], поэтому

[4] Эта и следующая цитата даются в нашем переводе, поскольку в [8] перевод данного фрагмента отсутствует.

именно они и именно на основании того, что участвуют в процедуре определения, и добавляются Порфирием к аристотелевской процедуре определения.

Далее Порфирий дает классификацию различающих признаков, которая хорошо известна и нет необходимости приводить ее здесь. Однако перечислим все определения, данные Порфирием, чтобы показать, что «критика» Теоклом «одного из определений Порфирия» не относится ни к одному из них:

1) «различающий признак есть то, благодаря чему вид богаче содержанием (*περισσεύει*), чем род» [25, 3b 26–27];

2) «различающий признак есть то, что сказывается о многих различных по виду предметах при указании, каков предмет по качеству» [25, 3b 33–34];

3) «различающий признак есть то, чему свойственно разделять друг от друга вещи, охватываемые одним и тем же родом» [25, 3b 44–45];

4) «различающий признак есть то, чем отдельные вещи между собой отличаются (*διαφορά ἐστιν ὅτῳ διαφέρει ἕκαστα*)» [25, 3b 47];

5) «таковым является не все, что случайно попадается среди признаков, разделяющих вещи в пределах одного и того же рода, но что привносит нечто к бытию вещи и что составляет некоторую часть у ее сути бытия» [25, 4a 5–6];

6) «видообразующими признаками можно считать все те, которые образуют другой вид и которые включаются в формулировку сути бытия» [25, 3b 11–13].

Именно четвертое определение из только что перечисленных приводит Ксенедем, и можно увидеть, что оно не является ни существенным, ни исчерпывающим. Более интересным и подверженным критике в стиле Теокла является как раз шестое определение в данном списке. Однако Порфирий оговаривает в отдельных главах, в чем сходства и различия между родом и видовым отличием, а также между видом и видовым отличием. Приведем коротко сходства, указанные Порфирием, на которых играет Теокл:

1) «общее между родом и различающим признаком — то, что они охватывают виды: и различающий признак охватывает виды, хотя и не все те, которые объемлет род» [25, 4b 48];

2) «общим также является для них и то, что с упразднением рода или различающего признака упраздняется все, что стоит под ними» [25, 4b 48];

3) «общее у различающего признака и у вида — то, что причастность к тому и к другому осуществляется у того, что им причастно, одинаковым образом: одинаковым образом причастны отдельные люди как виду человека, так и различающему признаку разумности» [25, 5b 8–9];

4) «общим у них является и то, что они всегда присущи тому, что им причастно» [25, 5b 9–10].

Приведем коротко различия между ними, сформулированные у Порфирия, которые Теокл оставляет без комментария:

1) «род выходит за пределы различающего признака по имеющимся в нем возможностям» [25, 4b 23–24];

2) «роды при своем упразднении упраздняют и различающие признаки, обратное не имеет места» [25, 4b 25–26];

3) «род и вид входит в состав того, что есть суть вещи, а различающий признак в состав того, что образует ее качество» [25, 5b 12–13];

4) «род для каждого вида один, а различающих признаков — несколько» [25, 4b 30–31];

5) «род подобен материи, а различающий признак — форме» [25, 4b 32–33];

6) «тот же самый различающий признак часто усматривается у нескольких видов» [25, 5b 15];

7) «при упразднении различающего признака упраздняется и вид, но не наоборот» [25, 5b 17–20];

8) «различающий признак допускает объединение с другим различающим признаком: разумность и смертность объединились для установления человека; вид не допускает объединения с другим видом, так чтобы вместе породить какой-нибудь другой вид» [25, 5b 20–22].

Теокл следующим образом «критикует» предложенное Порфирием определение видового отличия: «Ибо если различие — это то, чем каждое отличается, а человек отличается от коня по виду, то ясно, что видовое отличие и будет видом. А если мы это допустим, то и роды и виды будут поставлены в один ряд с видовым отличием. И ни одно из них не будет сказываться в отношении сущности (*ἐν τῷ τί ἐστιν*), но в отношении качества (*ἐν τῷ ὁποῖον τί ἐστιν*). Ибо если видовое отличие сказывается в отношении качества, так же будут сказываться род и вид. Кроме того, вид будет сказываться в отношении многих предметов, отличных по виду, как и видовое отличие» [21, 212.15–21].

Действительно, определения в отношении сущности и определения в отношении качества «условно разделены» как у Аристотеля, так и у Порфирия: «вид и род определяют качество сущности: ведь они указывают, какова та или иная сущность (*τὸ δὲ εἶδος καί τὸ γένος περὶ οὐσίαν τὸ ποιὸν ἀφορίζει΄ ποιὰν γάρ τινα οὐσίαν σημαίνει*)» [18, 3b 20]. В связи с этим И.С. Нарский и Н.И. Стяжкин в «Примечаниях к “Органону” Аристотеля» пишут: «Вторые сущности суть сущностные *качества* первых сущностей: и как таковые отличаются от их привходящих качеств» [1, с. 602]. У Аристотеля в «Категориях» всего три раза упоминается понятие видового отличия:

1) первый раз — когда Аристотель рассуждает о том, что о чем сказывается: «вид сказывается о единичном, а род и о виде, и

о единичном, точно так же и видовое отличие сказывается и о видах, и о единичном» [18, 3a 39–3b 1];

2) второй раз — когда Аристотель указывает на то, что вторые сущности «не принадлежат к тому, что находится в подлежащем»: «сущность не принадлежит тому, что находится в подлежащем; это, однако, не есть особенность сущности, ведь и видовое отличие принадлежит к тому, что не находится в подлежащем» [18, 3a 22–25];

3) далее — когда указывает, что относительно родов и видов о подлежащем сказываются и их имена, и их определения: «равным образом и определение видового отличия сказывается обо всем, к чему применимо само видовое отличие» [18, 3a 26].

Схематически ход рассуждений Теокла можно было бы передать следующим образом: видовое отличие — это один из гласов, и отличается от других четырех, однако роды будут поставлены в один ряд с видовыми отличиями: ведь все различается и по родам тоже; в связи с этим нет необходимости выделять видовое отличие в отдельный глас. Теокл на основании того, что видовые отличия есть частный случай отличия вообще, пытается предложить Ксенедему идею совпадения двух гласов: рода и видового отличия. Однако процедура определения, согласно Порфирию, предполагает указание данного рода и видового отличия: множество других родов в определении не участвуют. В этом случае, так же как и в предыдущих пассажах, необходимо различать: видовое отличие как функцию (или понятие метаязыка) и конкретные видовые отличия, которые участвуют в конкретных определениях. При таком различии будет невозможно перепутать род и видовое отличие, поскольку их функции в процедуре определения различны. Видовое отличие указывает на различие отдельных видов данного рода. Видовое отличие — это вид отличий, причем «видовое» в первом слове имеет другой смысл «вида», чем во втором слове «вид». Вид — это сущность, а видовое отличие — это качество. Один вид от другого не будет отличаться, если не указать видовое отличие для данного вида. А поскольку определение есть определение вида, то все три предикабилии (три гласа) отличаются друг от друга в процессе определения: вид — это определяемое, а род и видовое отличие — это «речь о сущности» (*λόγος τῆς οὐσίας*) [18, 1a 3]. Видовое отличие без указания рода не дает вида. В этом смысле у Порфирия говорится, что род является материей (мыслимой), видовое отличие — формой, а вид — результатом.

IV. О признаке собственном

В связи с сюжетом о признаке собственном Н.Г. Харалампопулос отмечает: «Критикуется также четырехчастное деление признака собственного и признаются неправильными как формулировка частных четырех определений признака собственного, так и выбор соответствующих им примеров: так же как и способность к познанию, так и выражение эмоций посредством такой физической реакции, как смех, оказываются врожденными способностями каждого человека, независимо от того, сколько человек и когда их осуществляют. Следовательно, ни классификация их в отдельные подкатегории не оправдана, ни также не является удачным определение понятия собственного признака (213.30–214.16)» [27, *σ*. 193–194].

Сложно, однако, согласиться с Н.Г. Харалампопулосом и его комментарием относительно этой части диалога: с нашей точки зрения, трудно говорить о том, что у Продрома в диалоге признаются неправильными как формулировка четырех определений признака собственного, так и подбор примеров. Во-первых, у Порфирия (и у Аристотеля) любое рассуждение (или любая типология) исходит из примеров и сложно отличить собственно деление (в данном случае «классификацию» признаков собственных) и приведение примеров (ведь приведение примеров у Порфирия и есть демонстрация различий, т.е. само деление). Теокл перенимает «метод» Порфирия, однако требования к нему предъявляет существенно более строгие, хоть и выраженные художественным образом: необходимо построить по всем правилам корректную процедуру деления, т.е. деление должно быть соразмерным, полным («что-то дополнить из недостающего») [21, 213.7–8], части деления не должны совпадать или пересекаться друг с другом («что-то очистить из истлевшего и замусоренного») [21, 213.8].

В самом начале обсуждения признака собственного (*ἰδίον*) Ксенедем почти в точности воспроизводит небольшую главу Порфирия «О признаке собственном» [25, 4a 15–24], однако даже эту небольшую главу он воспроизводит не полностью и с умолчаниями касательно отличий признака собственного от остальных четырех гласов, что необходимо для развития сюжета диалога (в противном случае, опираясь только на текст Порфирия, сложно прийти к какому-нибудь затруднению в этом вопросе): а именно, Ксенедем, перечисляя признаки собственные по Порфирию, заключает в конце перечисления, что все «эти четыре у Порфирия названы признаками собственными» [21, 213.3–4], хотя на самом деле у Порфирия таковым считается только четвертый признак — «собственный признак в основном смысле» (пример которого — способность к смеху) [25, 4a 19–23].

После этого следует, уже можно сказать, «типичный» для диалоговой стилистики Теокла вопрос: «Теперь же, коль скоро тобою были объявлены четыре вида признаков собственных по разделению, и все они отличны друг от друга (ибо их было бы не четыре, если бы они не были различны), то я спрашиваю, в чем отличие четвертого от первого, т.е. того, пример которого — способность смеяться, от того, пример которого — врачевать. Какое отличие этих двух признаков собственных друг от друга?» [21, 213.9–15].

Что касается Порфирия, то в рамках его системы на этот вопрос можно ответить следующим образом: эти свойства отличаются друг от друга практически тем же, чем признак собственный (способность к смеху) отличается от видового отличия (свойства разумности, например) — на основании того, что в первом случае возможно обращение, а во втором случае — нет: «характерным для различающего признака (*ἴδιον δὲ διαφορᾶς*) является, что он часто утверждается относительно нескольких видов... между тем, собственный признак — лишь относительно одного вида, у которого это — собственный признак; и различающий признак неуклонно следует за теми видами, у которых это был различающий признак, но обратное следование не имеет в свою очередь места с неизбежностью; между тем собственные признаки в отношении тех видов, у которых это — собственные признаки, допускают взаимное высказывание, потому что здесь обратное следование имеет место» [25, 5b 30–34].

Также очевидно, что Порфирий осознавал и то, что «способность врачевать» и «способность заниматься геометрией» присуща одному и тому же виду человека таким же образом, как и «способность смеяться» («упрек» Теокла в адрес «Введения» Порфирия). Более того, Порфирий отметил, что даже видовые отличия часто присущи видам аналогичным образом: «различающий признак и признак собственный имеют общим то, что вещи, им причастные, являются таковыми одинаковым образом: на одних и тех же условиях существа разумные обладают разумностью и существа, способные смеяться — способностью смеяться. Общим тому и другому из этих признаков является также и то, что они всегда и во всех отдельных случаях присущи своим носителям: ведь и тогда, если двуногое существо будет искалечено, все же и здесь всегдашняя данность утверждается в отношении природной способности, как и существо, наделенное смехом, имеет в отношении данного свойства всегдашнюю данность, благодаря природной способности, а не потому, чтобы такое существо смеялось всегда» [25, 5b 24–28].

В связи с этим важно заметить, что когда Теокл поправляет Ксенедема и добавляет слово «присуще» к формулировке свойства «смеяться» [21, 214.5–6], то он поправляет именно Ксенедема (данную им формулировку), а не Порфирия: в этом месте никакой речи о критике Порфирия не может и быть.

V. О привходящем признаке

Сюжет о привходящем признаке также не является разоблачением и приведением к абсурду: «Но ответь мне следующее: если ты желаешь определить Сократа как Сократа, а не как человека, то как ты его определишь, если не стечением всех этих свойств? И чем же он будет отличаться от Платона? Или ты опишешь Платона и Сократа таким образом (как совокупность свойств): первого — как темноволосого, прямоволосого, со вздернутым носом, стройного и проч. А Сократа — как отличающегося животом? Ибо и он темноволосый, прямоволосый и со вздернутым носом. Чем отличаются друг от друга эти мужи? Тем только, что один худой, а другой нет? А если эти свойства привходящие, т.е. вещи могут их принимать, а могут и не принимать, то, пожалуй, и Сократ может быть худым, а Платон толстым. И таким образом, Сократ станет Платоном?» [21, 215.8–19]. Одними привходящими признаками не определить Платона и Сократа: с помощью набора привходящих признаков невозможно определить индивидуальную вещь — об этом указано еще у Аристотеля. Да, действительно, Порфирий дает два определения привходящего признака, второе из которых и указывается Ксенедемом (привходящий признак — это то, что может либо находиться, либо не находиться в одном и том же предмете) [25, 4a 30–32]. Однако по теме только что приведенного рассуждения Теокла Порфирий замечает следующее как раз в первом определении, которое он дает сразу же и которое оставляется Теоклом и Ксенедемом без обсуждения: «Привходящий признак — это тот, который появляется и пропадает без уничтожения своего обладателя (субстрата). О нем можно говорить в двух различных значениях: в одном он допускает отделение, в другом — неотделим. Сон — это привходящий признак отделимый, а быть черным, этот признак привходит ворону и эфиопу неотделимо, но и ворона можно представить, что он — белый, и эфиопа — что он утратил свой цвет кожи, без уничтожения в том и другом случае субстрата» [25, 4a 25–30]. Отвечая Теоклу в свете данного пассажа Порфирия, можно утверждать, что, действительно, Сократа можно сделать худым, не сделав при этом Платоном.

Таким образом, можно заключить следующее относительно сюжета о привходящем признаке в диалоге «Ксенедем»: Теокл с данным термином работает так же, как и с предыдущими: изначально задает вопрос, направляющий Ксенедема по ложному пути поиска (если ты желаешь определить Сократа как Сократа, а не как человека, то как ты его определишь, если не стечением всех этих свойств?) [21, 215.8–10], а потом, умолчав об одном из определений Порфирия, выдает неполноту их собственного рассуждения за недостаток системы Порфирия. С этой точки зрения, Теокл скорее софист, чем критик Порфирия.

Заключение

Основные «затруднения», перед которыми Теокл ставит Ксенедема, связаны с тем, что Порфирий использует предикабилии (гласы) как инструмент исследования содержания понятий, а в диалоге Феодор Продром предлагает в качестве предмета исследования сами гласы. На этом играет Теокл: смешивает род как вторую сущность и род как предикат категорий. Порфирий описывает существо процедуры определения, а Продром хочет применить процедуру определения к определению самой себя. Этого у Порфирия нет. Однако у него есть много глав, в которых соотносится каждая предикабилия с каждой, в которых разбираются тонкости сходств и отличий гласов друг по отношению к другу, обосновывая тем самым необходимость всей пятерки понятий. «Если имя рода — это предикат предикатов», то это — метапонятие. Понятие рода сказывается о категориях, когда они в свою очередь являются объектом исследования. «Парадокс» или «апория» получается только в том случае, если не различать между объектным языком и метаязыком. Вот почему очень сложно согласиться с выводом Н.Г. Харалампопулоса относительно статуса «апорий» или даже «противоречий» в определениях Порфирия, к которым приходят собеседники диалога относительно каждого гласа: «Используя шквальный поток вопросов из своего логического арсенала (*καταιγιστικὸς χειριστὴς τοῦ ἐννοιολογικοῦ οπλοστασίου*), Теокл обнаруживает логические противоречия (*λογικές ἀντιφάσεις*) и ставит под сомнение (*θέτει ἐν ἀμφιβόλῳ*) одно за другим определения Порфирия как недостаточные, неясные и даже просто ошибочные» [27, σ. 193]. Скорее логический статус приемов Теокла — софизмы, основанные на учетверении терминов или на удвоении смысла понятий рода, вида и других гласов.

Если проанализировать структуру вопросов Теокла, то можно выявить следующую форму всех его софистических ходов: он играет на таком свойстве предикабилий, как автореферентность. Действительно, эти понятия применимы к самим себе и, с синтаксической точки зрения, вполне возможно строить такие конструкции как «род рода», «роды родов», «виды видов» и проч. Пытаясь через призму рассуждений Теокла сделать некоторые выводы о логической системе Феодора Продрома, можно предположить следующее: в общем и целом, Продром любит играть с автореферентностью терминов. Теокл достаточно изящно ведет разговор о пяти предикабилиях Порфирия: по форме его вопросы можно переформулировать следующим образом — существуют ли роды родов? каковы виды видов? чем видовое отличие отличается от других видов отличия? каков признак собственный у признака собственного? и не является ли привходящий признак лишь случайным (привходящим) компонентом пятерки предикабилий, которого может и не быть? Можно было бы даже показать, что Феодор Продром предложил за девять веков до Бертрана Рассела возможные формулировки «расселовского парадокса»: также в форме вопроса (вопросов), однако не сформулировал таким образом, чтобы получился действительно парадокс. Тем не менее, точно можно утверждать, что Феодор Продром на доступном ему уровне развития логического понятийного аппарата подводит читателя к необходимости различения между разными уровнями языка: языком-объектом и метаязыком, хотя и не формулирует это явным образом.

В связи со всем выше сказанным, можно говорить о двух уровнях «логики Продрома» в представленном диалоге: уровне дидактическом и уровне аналитическом. Дидактический уровень имеет следующую структуру, которая воспроизводится в каждом случае:

1) изначально неправильно поставленный вопрос Теокла, который направляет Ксенедема по ложному пути поиска (несмотря на вполне корректное последним использование текста Порфирия, почти выученного наизусть), должен побудить читателя к самостоятельному поиску выхода из затруднения;

2) умалчивание некоторых уточнений Порфирия относительно каждого понятия (гласа) предполагает необходимость обращения к тексту Порфирия в целях поиска лучшей интерпретации;

3) постоянное смешение метаязыкового уровня использования понятий с их использованием в рамках языка-объекта должно побудить читателя различить эти уровни.

Об аналитическом (собственно логическом) уровне идей Феодора Продрома, можно утверждать следующее:

1) Продрома явно интересует свойство автореферентности или автонимии понятий; он пытается применительно к понятиям гласов сформулировать что-то похожее на парадокс Лжеца или даже парадокс Рассела, однако не в форме изложения проблемы, а в формате диалога, формулируя лишь вопросы и головоломки, оставляя читателю разобраться в причинах «затруднений»;

2) Продром внимательно препарирует описание процедуры определения, сделанное Порфирием, и на уровне развития понятийного аппарата логики XII века формулирует косвенным образом требования не только к процедуре определения, но и процедуре деления (если гласов пять, то деление должно быть полным, соразмерным, без скачков и пропусков, а при этом виды деления должны взаимно исключать друг друга);

3) Продром уловил «рабочий» характер определений Порфирия и подошел к пониманию того, что определять саму процедуру определения можно по-разному, а определение Порфирия может трактоваться как один из возможных вариантов;

4) можно даже сказать, что Феодор Продром подошел к формулировке «расселовского парадокса» и к необходимости различения объектных значений терминов и их метаязыковых функций.

Список литературы

[1] *Аристотель.* Категории // *Аристотель.* Соч.: В 4 т. Т. 2. М.: Мысль, 1978. 684 с.

[2] *Гончарко О.Ю., Черноглазов Д.А.* «Ксенедем» Феодора Продрома: возрождение платоновского диалога в Византии XII века // Вестн. РХГА. 2015. Т. 16. № 4. С. 30–38.

[3] *Гончарко О.Ю., Черноглазов Д.А.* Платоновский диалог «Ксенедем» Феодора Продрома: псевдоантичные герои и их византийские прототипы // Schole. 2016. Т. 10. № 2. С. 571–582.

[4] *Гончарко О.Ю.* Диалог и псевдо-диалог как форма изложения аристотелевской логики в Византии // Вестн. РХГА. 2013. Т. 14. № 3. С. 224–230.

[5] *Лисанюк Е.Н.* Софистика — это не аргументация // Schole. 2014. Т. 8. № 2. С. 136–151.

[6] *Лисанюк Е.Н.* Практическая аргументация и античная медицина // Schole. 2016. Т. 10. № 1. С. 227–260.

[7] *Пападимитриу С.Д.* Феодор Продром. Историко-литературное исследование. Одесса, 1905. 453 с.

[8] *Порфирий.* Введение к «Категориям» Аристотеля / Пер. А.В. Кубицкого // Аристотель. Категории. М.: ГСЭИ, 1939. С. 53–76.

[9] *Романенко И.Б.* Платоновская образовательная парадигма и Академия // Известия Рос. гос. пед. ун-та им. А.И. Герцена. 2002. № 2. С. 45–58.

[10] *Романенко И.Б., Романенко Ю.М.* Аристотелевская философия образования // Аксиология массовой культуры. СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, Рос. акад. образования. 2014. С. 253–263.

[11] *Романенко И.Б.* Образовательные парадигмы в истории античной и средневековой философии. СПб.: Изд-во РХГИ, 2002. 304 с.

[12] *Романенко Ю.М.* Бытие и естество: Онтология и метафизика как типы философского знания. СПб.: Алетейя, 2003. 784 с.

[13] *Тоноян Л.Г.* Дискуссии о логическом учении Боэция в современной зарубежной литературе // Логические исследования. 2015. Т. 21. № 2. С. 170–186.

[14] *Тоноян Л.Г.* Филопон и Боэций о гипотетических силлогизмах: греческая и латинская традиции комментирования // Вестн. РХГА. 2016. Т. 17. № 3. С. 143–153.

[15] *Тоноян Л.Г.* Никифор Влеммид и его «Логика» // Вестник РХГА. 2014. Т. 15. № 4. С. 58–66.

[16] *Тоноян Л.Г.* Логика и теология Боэция. СПб.: Изд-во РХГА, 2013. 384 с.

[17] *Тоноян Л.Г., Николаева Ж.В.* Анализ учения Боэция о гипотетических силлогизмах в работах современных итальянских исследователей // Schole. 2016. Т. 10. № 1. С. 335–347.

[18] Aristotelis categoriae et liber de interpretatione / ed. L. Minio-Paluello. Oxford: Clarendon Press, 1949. P. 3–45.

[19] *Cacouros M.* Les préfaces des commentaires grecs antiques et byzantins aux Seconds Analytiques, livre II // Entrer en matière. Les prologues / Dir. de J.D. Dubois, B. Roussel, Paris: Les éditions du Cerf, 1998. P. 247–269.

[20] *Cacouros M.* Théodore Prodrome, Robert Grosseteste, Jacques de Venise et l'histoire d'une erreur interprétative dans l'exégèse des Seconds Analytiques II, 1–2 // Cahiers de l'Institut du Moyen-Âge grec et latin. 1996. Vol. 66. P. 135–155.

[21] *Cramer J.A.* Theodorus Prodromus. Xenedemus, sive Voces // Anecdota Graeca e codd. manuscriptis bibliothecarum Oxoniensium. 1836. Vol. 3. P. 204–215.

[22] *Ebbesen S.* Greek and Latin Medieval Logic // Cahiers de l'Institut du Moyen-Â grec et latin. 1996. Vol. 66. P. 67–95.

[23] *Hunger H.* Die hochsprachliche profane Literatur der Byzantiner. Bd. 1. München, 1978.

[24] *Kaldellis A.* Hellenism in Byzantium. The Transformations of Greek Identity and the Reception of the Classical Tradition. Cambridge, 2007. 482 p.

[25] Porphyrii isagoge et in Aristotelis categorias commentarium // Commentaria in Aristotelem Graeca 4.1 / ed. by A. Busse Berlin: Reimer, 1887. P. 1–22.

[26] *Τατάκης* B.N. Η Βυζαντινή φιλοσοφία, Αθήνα: Εταιοεία Σπουών Νεοελληνικού Πολιτισμού και Γενικής Παιδείς, 1977.

[27] *Χαραλαμπόπουλος Ν.Γ.* Ἕνας ʹπλατωνικοςʹ διάλογος τοῦ 12ου αἰῶνος: Θεοδώρου Προδρόμου Ξενέδημος ἢ Φωναί // Ἀριάδνη. 2005. Τ. 11. Σ. 189–214.

O.Yu. Goncharko, Ya.A. Slinin, D.A. Chernoglazov

Theodoros Prodromos Logical Works: «Xenedemos and Voices»

Goncharko Oksana Yurievna
Saint-Petersburg State University
7/9 Universitetskaya emb., Saint-Petersburg, 199034, Russian Federation
e-mail: goncharko_oksana@mail.ru

Slinin Yaroslav Anatolievich
Institute of Philosophy, Saint Petersburg State University
5 Mendeleevskaya Liniya, St. Petersburg, 199034, Russian Federation
e-mail: slinin@mail.ru

Chernoglazov Dmitry Alexandrovich
Saint-Petersburg State University
7/9 Universitetskaya emb., Saint-Petersburg, 199034, Russian Federation
e-mail: d_chernoglazov@mail.ru

This article is the one from our series of articles on the logical texts of Theodoros Prodromos, the Byzantine author of the XII century. We consider to discuss a dialogue «Xenedemos or voices» written in the tradition of platonic dialogue and dedicated to the analysis of the five voices (predicabilia) definitions made by Porphyry in «Isagoge». This text have not yet been translated into any of the modern scientific languages and it is not investigated both in historical and logical scientific literature as well as in the studies of Byzantine literature of the XII century. Nevertheless the ideas of Theodoros Prodromos are interesting in historical, logical, philosophical and literature development perspectives. The purpose of the article is to make a presentation of logical puzzles of Theodoros Prodromos, as well as to offer some outlines of their possible solutions.

Keywords: history of logic, medieval logic, XI–XII century byzantine philosophy

References

[1] Aristotle. Kategorii [Categories], in: *Aristotle. Sobranie sochinenii* [Collected works, in 4 vols.], Vol. 2. Moscow: Mysl' Publ., 1978. 684 pp. (In Russian)

[2] Goncharko, O.Yu., Chernoglazov, D.A. "'Ksenedem' Feodora Prodroma: vozrozhdenie platonovskogo dialoga v Vizantii XII veka" [Theodoros Prodromos 'Xenedemos': Renaissance of Platonic Dialogue in the 12th century Byzantium], *Vestnik Russkoi Khristianskoi Gumanitarnoi Akademii*, 2015, Vol. 16, No. 4, pp. 30–38. (In Russian)

[3] Goncharko, O.Yu., Chernoglazov, D.A. "Platonovskii dialog 'Ksenedem' Feodora Prodroma: psevdoantichnye geroi i ikh vizantiiskie prototipy" [Platonic Dialogue of Theodoros Prodromos 'Xenedemos': Anticue Protagonists and their Byzantine Prototypes], *Schole*, 2016, Vol. 10, No. 2, pp. 571–582. (In Russian)

[4] Goncharko, O.Yu. "Dialog i psevdo-dialog kak forma izlozheniya aristotelevskoi logiki v Vizantii" [Dialogue and Pseudo-Dialogue as a Genre in Greek Medieval Logic], *Vestnik Russkoi Khristianskoi Gumanitarnoi Akademii*, 2013, Vol. 14, No. 3, pp. 224–230. (In Russian)

[5] Lisanyuk, E.N. "Sofistika — eto ne argumentatsiya" [Sophistic vs Argumentation: the Ways of Demarcation], *Scholae*, 2014, Vol. 8, No. 2. pp. 136–151. (In Russian)

[6] Lisanyuk, E.N. "Prakticheskaya argumentatsiya i antichnaya meditsina" [Practical Argumentation and Ancient Medicine], *Scholae*, 2016, Vol. 10, No. 2. pp. 227–260. (In Russian)

[7] Papadimitriu, S.D. *Feodor Prodrom. Istoriko-literaturnoe issledovanie* [Theodoros Prodromos. Art-historical Research]. Odessa, 1905. 453 pp. (In Russian)

[8] Porfirii. "Vvedenie k 'Kategoriyam' Aristotelya" [Isagoge et in Aristotelis Categories commentarium], trans. by A.V. Kubitskogo, in: Aristotle. *Kategorii* [Categories]. Moscow: GSEI, 1939, pp. 53–76. (In Russian)

[9] Romanenko, I.B. "Platonovskaya obrazovatel'naya paradigma i Akademiya" [Plato's Education Paradigm and Academy], *Izvestiya Rossiiskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. A.I. Gertsena*, 2002, No. 2, pp. 45–58. (In Russian)

[10] Romanenko, I.B., Romanenko, Yu.M. "Aristotelevskaya filosofiya obrazovaniya" [Aristoteles Education Philosophy], *Aksiologiya massovoi kul'tury*, 2014, pp. 253–263. (In Russian)

[11] Romanenko, I.B. *Obrazovatel'nye paradigmy v istorii antichnoi i srednevekovoi filosofii* [Educational Paradigms in the History of the Ancient and Medieval Philosophy]. 2002. 304 pp. (In Russian)

[12] Romanenko, Yu.M. *Bytie i estestvo: Ontologiya i metafizika kak tipy filosofskogo znaniya* [Being and Nature: Ontology and Metaphysics as the Types of Philosophical Knowledge]. 2003. 784 pp. (In Russian)

[13] Tonoyan, L.G. "Diskussii o logicheskom uchenii Boetsiya v sovremennoi zarubezhnoi literature" [Discussions about the Logical Doctrine of Boethius in Modern Foreign Literature], *Logicheskie Issledovaniya*, 2015, Vol. 21, No. 2, pp. 170–186. (In Russian)

[14] Tonoyan, L.G. "Filopon i Bojecij o gipoteticheskih sillogizmah: grecheskaja i latinskaja tradicii kommentirovanija" [Philoponius and Boethius about hypothetical syllogisms: Greek and Latin tradition of exegetics], *Vestnik Russkoi Khristianskoi Gumanitarnoi Akademii*, 2016, Vol. 17, No. 3, pp. 143–153. (In Russian)

[15] Tonoyan, L.G. "Nikifor Vlemmid i ego 'Logika"' [Nicephorus Blemmydes and his 'Logic'], *Vestnik Russkoi Khristianskoi Gumanitarnoi Akademii*, 2014, Vol. 15, No. 4, pp. 58–66. (In Russian)

[16] Tonoyan, L.G. *Logika i teologija Bojecija* [Logics and Theology of Boethius]. St.Petersburg: RKhGA, 2013. 384 pp. (In Russian)

[17] Tonoyan, L.G., Nikolaeva Zh.V. "Analiz ucheniya Boetsiya o gipoteticheskikh sillogizmakh v rabotakh sovremennykh ital'yanskikh issledovatelei" [An Analysis of the Boethius' Doctrine of Hypothetical Syllogisms in the Works of Modern Italian Researchers], *Schole*, 2016, Vol. 17, No. 1, pp. 294–306. (In Russian)

[18] *Aristotelis categoriae et liber de interpretatione*, ed. by L. Minio-Paluello. Oxford: Clarendon Press, 1949, pp. 3–45.

[19] Cacouros, M. "Les préfaces des commentaires grecs antiques et byzantins aux Seconds Analytiques, livre II" [The prefaces of ancient Greek and Byzantine comments to Analytics, Book II], *Entrer en matière. Les prologues* [Introduction to the Issue], Paris: Les éditions du Cerf, 1998, pp. 247–269. (In French)

[20] Cacouros, M. "Théodore Prodrome, Robert Grosseteste, Jacques de Venise et l'histoire d'une erreur interprétative dans l'exégèse des Seconds Analytiques II, 1–2" [Theodore Prodromos, Robert Grosseteste, Jacques Venice and the story of an interpretative error in the exegesis of Analytics II, 1–2], *Cahiers de l'Institut du Moyen-Âge grec et latin*, 1996, Vol. 66. pp. 135–155. (In French)

[21] Cramer, J.A. "Theodorus Prodromus. Xenedemus, sive Voces", *Anecdota Graeca e codd. manuscriptis bibliothecarum Oxoniensium*, 1836, Vol. 3, pp. 204–215. (In Greek)

[22] Ebbesen, S. "Greek and Latin Medieval Logic", *Cahiers de l'Institut du Moyen-Âge grec et latin*, 1996, Vol. 66, pp. 67–95.

[23] Hunger, H. *Die hochsprachliche profane Literatur der Byzantiner. Bd. 1.* [The high linguistic profane literature of the Byzantines. Vol. 1]. München, 1978. (In German)

[24] Kaldellis, A. *Hellenism in Byzantium. The Transformations of Greek Identity and the Reception of the Classical Tradition.* Cambridge, 2007. 482 pp.

[25] "Porphyrii isagoge et in Aristotelis categorias commentarium", in: *Commentaria in Aristotelem Graeca 4.1*, ed. by A. Busse. Berlin: Reimer, 1887, pp. 1–22. (In Greek)

[26] Tatakis, B.N. *Byzantini filosofia* [The Byzantine philosophy]. Athens: Etaireia Spoudon Neoellinikou Politismou kai Genikis Paideias, 1977. (In Greek)

[27] Charalampopoulos, N.G. "Enas 'platonikos' dialogos tou 12ou aionos: Theodwrou Prodromou 'Xenedemos i Fonai"' [One Platonic Dialogue of the 12th century: "Xenedemos or voices" of Theodoros Prodromos], *Ariadni* [Ariadne], 2005, Vol. 11, pp. 189–214. (In Greek)

Логические исследования
2016. Т. 22. № 2. С. 123–154
УДК 16

Logical Investigations
2016, Vol. 22, No. 2, pp. 123–154
DOI: 10.21146/2074-1472-2016-22-2-123-154

Н.Х. Орлова, С.В. Соловьев

Из истории логики в дореволюционной России: стратегии академического взаимодействия[1]

Орлова Надежда Хаджимерзановна
Институт философии, Санкт-Петербургский государственный университет
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5
e-mail: nadinor@mail.ru

Соловьев Сергей Владимирович
Университет Тулузы
31062, France, Toulouse 118 route de Narbonne
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики
Российская Федерация, 197101, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49
e-mail: soloviev@irit.fr

В статье рассматриваются вопросы становления логики и развития логических исследований в дореволюционной России с точки зрения коммуникации внутри российского академического сообщества. Реконструируются в исторической ретроспективе своеобразный канон организации учебной литературы по логике, появление традиции ссылок на отечественных специалистов, практика написания своеобразных критических «книг-ответов» на труды коллег по цеху. Рассматриваются различные виды публикационной активности (переводы, учебники, авторские книги). Для российских логиков страницы книг были площадкой для ведения научной полемики, научного обмена, в том числе и с международным научным сообществом. Показан взаимообмен и эмансипация логики в отношениях с другими науками, такими как психология и математика, в том числе влияние на развитие российской логики так называемой революции в основаниях математики. В ходе исследования привлекаются многочисленные источники, не переиздававшиеся со времени оригинальной публикации.

Ключевые слова: история логики, математика, академическое сообщество, стратегии коммуникации, публикационная активность, цитирование

[1]Работа выполнена в рамках совместного научного семинара «Социальная история логики: научный и историко-культурный аспект» (IRIT Университет Тулуза–СПбГУ, 2015) и сотрудничества между Университетом Тулузы и университетом ИТМО в С.-Петербурге (при поддержке гранта РФ 074–U01).

Обращение к прошлому —
плодотворный источник
познания настоящего.
Морис Клайн [18, с. 8]

Об истории логики в дореволюционной России писали, хотя и не очень много. Из монографий, касающихся этой темы, упомянем, например, работы Маковельского [31] и Бажанова [3]. Укажем также на замечательный биобиблиографический справочник «Логика» [25], составители которого решали задачу обобщить данные по отечественным ученым, которые в своей научной деятельности так или иначе затрагивали проблемы логики. Настоящей статьей авторы ставят перед собой задачу актуализации темы в контексте стратегий коммуникации внутри российского научного сообщества[2], а также его взаимодействия с сообществом международным. С учетом этой задачи складывается условная периодизация, вводятся в оборот источники, незаслуженно, на наш взгляд, исключенные из исследовательского корпуса источников по данной проблеме, приводятся примеры острых дискуссий и комплиментов на полях научных изданий. Это позволяет реконструировать социальную историю становления логики как самостоятельного направления научного знания на русской почве, пафосом которого является фигура ученого, встроенного в сложные каноны, разрешительные и запретительные системы научной коммуникации.

Конечно, предварительным условием для содержательного рассмотрения является общее понимание процессов (хотя бы на уровне предварительного очерка), происходивших в научной и интеллектуальной жизни Российской Империи, в той мере, в какой они связаны со становлением логики как науки. Периодизация необходима как некоторое организующее начало. Основанием для нее вполне оправданно считать эпоху петровских реформ, так же как и революцию 1917 года, которые были переломными в истории страны. Менялось

[2]В разные эпохи это понятие, очевидно, обладает разным наполнением, но его вариативность скорее подчеркивает важность коммуникативных аспектов, о которых пойдет речь.

место науки в жизни общества. Оговоримся сразу, что в данной статье решено было сосредоточиться именно на дореволюционном периоде, без которого трудно говорить о последующем, не выделяя, однако, особо допетровскую эпоху. В дальнейшем авторы планируют рассмотреть историю становления науки логики в том же аспекте взаимодействия и стратегий коммуникации в среде ученых логиков советского времени.

О каких-либо самостоятельных научных идеях в области логики в России до XIX в. говорить сложно. Однако не следует и упрощенно оценивать то, как складывалась традиция приобщения русского ученого к общемировой, как мы бы сегодня сказали, базе источников даже в такой узкоспециальной области, как логика.

К первым логическим текстам, которые были известны еще в Древней Руси (сошлемся здесь на указанные выше работы [3, 25, 31]), относят некоторые статьи Изборника 1073 г., а также «Диалектику» Иоанна Дамаскина. Ее славянский перевод появился в X в. В XV в. становятся доступными первые переводы на русский язык некоторых логических сочинений: «Книга глаголемая логика» (выдержки из сочинений Моисея Маймонида) и «Логика Авиасафа» (аналогичные выдержки из сочинений Аль-Газали). Как полагают исследователи, они были переведены, скорее всего «новгородско–московскими еретиками-жидовствующими».

Вплоть до XIX в. логические сочинения, доступные на русском языке, за немногими исключениями, оставались переводными. К исключениям относится «Сказ о логике», написанный князем Андреем Курбским. Он же был и автором нового перевода «Диалектики» Иоанна Дамаскина. Его перевод «От другие диалектики Иоанна Спанъинбергера о силлогизме вытолкована» (Вильно, 1586) был первой печатной книгой на русском языке по логике [25].

Россия вовсе не была пассивным рецепиентом идущих извне информационных потоков. Отбор текстов для перевода требовал активного, обращенного вовне интереса и ознакомления с источниками. Меняющийся политический ареал Московского царства, а в дальнейшем Российской Империи способствовал тому, что в обороте находились многочисленные иноязычные тексты. В Московской славяно-греко-латинской академии (с 1687 г.) и в Киевской духовной академии (с 1701 г.) логика преподавалась на латинском языке. Сохранились рукописи, по которым читались эти курсы [31, с. 436].

Из наиболее значимых влияний, имеющих отношение к логике, упомянем Лейбница (1646–1716). Как известно, он переписывался с Петром I и даже встречался с ним незадолго до своей смерти. Эти контакты оказали существенное влияние на создание Санкт-Петербургской Академии Наук [2]. Начиная с этого времени российская наука неотделима от западноевропейской. Создание Академии(указом от 28 января (8 февраля) 1724 г.) привлекает в Россию многочисленных иностранных ученых. Заметим, что латинский язык долгое время остается основным рабочим языком академиков. Впрочем и немецкий язык также играл в работе Академии значительную роль. Вместе с тем петровские реформы положили начало гораздо более интенсивной переводческой деятельности, и логические тексты становятся более доступными в переводах.

Большую роль во взаимодействии с мировым научным сообществом играли и поездки российских студентов в западные университеты. Проявлявшие способности к научной деятельности нередко обучались там, в том числе и за государственный счет. Российские студенты, выезжавшие для обучения в Западную Европу на протяжении XVIII–XIX вв., в значительной своей части специализировались в философии[3]. Логика, разумеется, занимала важное место в курсах философии того периода.

[3]По данным А. Ю. Андреева (результаты изучения матрикулов немецких университетов), в период 1698–1849 гг. в Германии обучалось 926 русских студентов, хотя и «не сопоставимо со студенческим потоком из Прибалтики, исчисляющимся многими тысячами человек, но тем не менее, значительно, особенно в сопоставлении с посещаемостью российской высшей школы в тот же период — можно заметить, что, скажем, общее количество студентов, учившихся в Московском университете за XVIII век, примерно соответствует числу студентов той же эпохи за границей» [1, с. 22]. Андреев также пишет: «С.С. Уваров был вынужден издать циркуляр, запрещавший дальнейшие поездки для учебы за границу. Тем не менее, уже спустя девять лет, с 1857 г. командировки в немецкие университеты развернулись с новой силой, что свидетельствовало об объективном единстве российского и европейского научных пространств, совместное развитие которых продолжилось во второй половине XIX века» [1, с. 227].

С петровского периода складывается устойчивая традиция включать изучение основ логики в учебные программы с подготовкой под эти задачи учебников. На примере учебников интересно проследить, как логика оказывается включенной в сложную сеть общественных и научных связей, порой неожиданных.

Поначалу авторский вклад русских ученых ограничивался переводом и наставительным обращением к читателю[4]. Например, учебник, подготовленный магистром Сергеем Андриановским, предваряется словами: «Недостаток учебных книг сходственных с вашим любезные Российские Юноши! понятием возбудил меня перевесть на Российский язык кратчайшую сию Логику»[5]. И здесь же о пользе для сомневающихся: «…скажи, что она приводит человеческий разум в порядок, научает правильно и основательно рассуждать: то найдутся такие, которые сему не поверят, или за важное сие не почтут» [19, с. 1–2]. Подчеркивается и значение изучения логики на русском языке. Из обращения к читателю в «Детской логике…»: «История свидетельствует, что во всех почти народах тогда начали процветать науки, когда их стали учить, и учиться на своих природных языках» [13, с. 3].

Другой пример «обязательной» общественной привязки. Для любого печатного издания обязательным было подробное указание на цензурное «одобрение», которое часто было персонифицировано. Так, «Детская логика…» подписана «Коллежским Советником Красноречия Профессором и Цензором печатаемых в Университетской Типографии книг Антоном Барсовым». Дословно: «По приказанию Императорского Московского Университета Господ Кураторов я читал книжку под заглавием «Детская логика, сочиненная для употребления российского юношества», и не нашел в ней ничего противного наставлению, данному мне о рассматривании печатаемых в

[4]Авторство зачастую устанавливается лишь по дополнительным источникам. См., напр., [34]. Автор Феоктист [Мочульский, Иван (1732–1818)] установлен по изд. Русский биографический словарь. В предисловии издателей: «Дар учителю»: лейб-гвардии конного полку вахмистры *Иван Большiй, Иван Меньшiй Мочульскiе.*

[5]Здесь и далее мы сохраняем орфографию согласно написанию в цитируемом источнике.

Университетской Типографии книг; почему оная и напечатана быть может» [13].

Значимость учебников подчеркивалась и благодарственным обращением в адрес персон, поддержавших проект. Порой именно обращение позволяет нам сегодня знать о вкладе переводчика или составителя. Так мы узнаем и имя Андриановского, подписавшего обращение с благодарностью к «Его Превосходительству, Московского Университета г. директору Павлу Ивановичу Фон-Визину Действительному Штатскому Советнику и Св. Равно-Апостольного Князя Владимира третьей степени Кавалеру». Большинство учебников придерживаются определенного канона, что порой обосновывает отсутствие «присутствия» имени составителя[6].

Ссылочный аппарат учебников традиционно отсылает к известным текстам европейских ученых («Логике» Баумейстера (1760), Вольфа (1765) и др.). Русские имена в них практически не встречаются. «Умословие...» Ивана Рижского хорошо иллюстрирует эту традицию. Уточняется логика систематизации материала и основные источники: «...большая часть правил и размышлений почерпнуты из Философских сочинений г. Голльмана; немало из других известнейших Писателей сего рода; прочее же единственно из природного Умословия» [41, с. 1]. Об этой работе можно говорить как об опыте написания уже аналитического текста. Во вступлении дается определение философии, уточняется ее предмет («усовершенствование двух главных человеческих способностей, то есть, разума и воли»). В корпусе философских направлений *умословие (Logica)* «наставляет наш разум доходить до справедливого познания» [41, с. 4]. Дается систематизированная классификация: Logica naturalis (умословие природное) связывается с Баумейстеровой элементарной логикой (природной способностью познавать, рассуждать) и Вольфиевой логикой (способностью упражняться в познании истины); Logica artificialis (умословие искусственное) или Philosophia rationalis (ум-

[6]См., напр.: [46]. Автор перевода не указан. Весьма объемный, по числу страниц, учебник соответствует сложившемуся на то время «стандарту» содержания разделов: О Логике вообще, О началах логических, О Представлении; О Предложении; О Умствовании; О Методе и способе.

ственная философия) связываются с Голльманновой логикой. Тезисы автора сопровождаются ссылками на Платона, Аристотеля, письма Эйлера и др. Оглавление дает представление о категориальном и содержательном насыщении, которое предполагается в изучении логики, и о весьма высоком уровне требований к познанию ее основ[7].

Взаимосвязи внутри логического сообщества, о которых свидетельствуют взаимные ссылки, постепенно усиливаются к концу XIX столетия. И учебники, и курсы лекций теперь, как правило, отсылают не только к привычному корпусу работ европейских логиков, но и к отечественным именам. Так, вышедший в конце XIX в. «Учебник логики...» [45] профессора Московского университета М.М. Троицкого (1835–1899) цитирует уже многие имена отечественных авторов. Перечисление показывает, насколько расширилось научное сообщество к этому времени. Упоминаются имена Н.В. Бугаева (1837–1903) [7], В.Н. Карпова (1798–1867) [17], В.В. Лесевича (1837–1905), П.Д. Лодия (1764–1829) [28], О.М. Новицкого (1806–1881) [36], А.И. Райковского (1802–1860) [40], А.Е. Светилина (1841–1887)[43] и др. [45, с. 12].

Теперь уже сочинения по логике выходят как минимум в формате «связного обозрения», часто с серьезными самостоятельными идеями. «Обычай отдельного связного обозрения всех аксиом логики» в русской литературе устанавливается «еще с сороковых годов, или с логических сочинений Новицкого и Пащенко» [45, с. 86].

Публикуются лекции, иногда записанные и подготовленные в печать студентами, иногда литографированные авторские рукописи, как в случае с «Историей логики» П. Каптерева (1849–1922) [15]. В его лекциях, наряду с каноническими отсылками к Аристотелю, уделяется особое внимание популярной тогда проблеме различения

[7]См., напр.: «Часть первая: О действиях разума, О понятиях, О словах и терминах, Об определениях и разделениях, О рассуждениях и предложениях, Об умствованиях и силлогизмах. О сложных и неправильных силлогизмах; Часть вторая: Об истине вообще, О признаках истины, О началах истины, О познании истины, О погрешностях; Часть третья: О правильном употреблении понятий и рассуждений, О правильном употреблении умствования и силлогизмов, О заимствовании познания от современников, чтении книг, О сообщении своего познания другим» [41].

задач и предмета психологии и логики, имея в виду, что обе науки занимаются мышлением, мыслительной деятельностью. Фиксируются два основных вектора развития: «логики силлогистической или дедуктивной и логики индуктивной, иначе первая называется логикой формальною, а вторая — реальною» [15, с. 2]. Подчеркивается значение и влияние системы Аристотеля на «средневековую логику», задача которой состояла в том, чтобы «указать все возможные виды логических форм и в частности условного силлогизма» [15, с. 6]. Кант, Гербарт оказывают огромное влияние на историю развития логики, понимая ее «как науку чисто формальную». И «в наших русских логиках (Светилин, Дитигис, Струве) сказывается этот формальный элемент». Анализируются попытки создания третьего направления развития логики, которое сосредоточивает свои усилия на том, чтобы «соединить в одно целое первые два». Из русских логиков этого направления Каптерев рекомендует профессора Владиславлева, книга которого написана «сравнительно живо и достаточно доступна» [15, с. 10–11].

Работы, посвященные критическому разбору работ коллег по цеху, дают яркое представление о том, что в отечественной традиции такой «цех» сложился, а также об авторитетах и основных дискуссиях. Примером может служить очерк Е.А. Боброва (1867–1933) [4] о И.И. Ягодинском (1869) [48], который «успел зарекомендовать себя, как один из наилучших у нас знатоков Лейбница» и к изучению монадологии которого он «идет новым путём, а именно: идет со стороны изучения его гигантской переписки, которая $<\ldots>$ часто дает ключ к пониманию системы Лейбница в гораздо большей степени, чем сами его сочинения, опубликованные им при жизни» [4, с. 62].

Значительная часть очерка посвящена тезисному пересказу основных положений работы Ягодинского. Есть несколько обобщающих аналитических суждений, которые уточняют позицию самого автора. «Реформаторы $<\ldots>$ не отдают подобающей чести логике Стагирита. Они считают ее окончательно ниспровергнутой. Между тем Аристотелева логика, конечно, не искаженная, школьная, а подлинная, реставрированная в ее настоящем виде, на наш взгляд, далеко еще не преодолена — и с нею необходимо считаться, как нельзя до сих пор игнорировать и ее метафизические основания — универсализм или идеализм» [4, с. 77].

В целом отмечается, что книга Ягодинского «по своим основным идеям оригинальная и новая». К чести автора «*служит его постоянное стремление выдвигать работы и идеи наших русских ученых логицистов* [курсив наш. — *Н.О.*, *С.С.*], подчас не лишенные оригинальности и ценности, но либо забытые, либо на себя не обратившие достодолжного внимания, а для западных ученых оставшихся и совсем неизвестными» [4, с. 79]. Бобров уверен, что если бы книга вышла на немецком языке, то в обширной немецкой философии она не осталась бы незамеченной. «В нашей же небогатой, чтобы не сказать прямо: скудной — оригинальной философской литературе книга Ягодинского представляет собой отрадное явление и ценный вклад» [4, с. 80].

Развернутый корпус работ, на которые ссылается Ягодинский, дает нам энциклопедическое представление об именах русских ученых, создававших традицию изучения логики в России того времени. Приведем часть «списка»: Е.А. Бобров [5], А.И. Введенский (1856–1925) [10], М.И. Владиславлев (1840–1890) [11], Н.Я. Грот (1852–1899) [12], Ф.А. Зеленогорский (1839–1908), М.И. Каринский (1840–1917) [16], Н.Н. Ланге (1858–1921) [20], П.Э. Лейкфельд (1859–193?) [22], Н.О. Лосский (1870–1965)[29], [30], П.С. Порецкий (1846–1908) [37],[38], Э.Л. Радлов (1854–1928) [39], Л.В. Рутковский (1859–1920) [42], Г.Е. Струве (1840–1912) [44], Г.И. Челпанов (1862–1936) [47].

Работа Ягодинского этим блестящим «парадом ссылок» отличается от большинства публикаций его современников, в которых не находим традицию ссылаться на российских коллег по цеху. Например, крупный логик профессор Каринский пишет о поисках оптимальных логических систем в истории становления логики как науки, отсылая к ее аристотелевскому началу. Два основных вектора: формальный и индуктивный провоцировали попытки их объединить на том основании, что «мысль человеческая собственно только одна, только в одном случае она имеет дело с фактами, а в другом с аксиомами, но мыслительный процесс сходен в обоих случаях» [16, с. 11]. Перечисляя, однако, авторитеты в истории развития логики, Каринский по отношению к отечественным ученым, пишет: «...а также и несколько русских», — не приводя ни одного имени.

К началу XX в. складывается канон подготовки учебников логики не в технике банальных переводов, пусть и с комментариями, но именно написания аналитических трудов, учитывающих как западную традицию, так и русскую. Исторический метод остается доминирующим как своего рода стратегия, позволяющая становиться логике в условиях научных переворотов и сомнений. Например, Е.А. Бобров поясняет, что по его глубокому убеждению, «вынесенному из многолетнего преподавания логики в университетах, одна только историческая школа может дать начинающему твердую и объективную почву для дальнейших благотворительных занятий логикою — ввиду крайнего смутного и спорного положения, какое наука логики (если ее вообще считать специальною наукой!) занимает именно в наши дни» [5, с. 1][8].

В наши задачи не входил детальный анализ работы Боброва, тем более что сам по себе он представляет привычный разбор системы логики Аристотеля. Отметим лишь появление новых акцентов, подчеркивающих взаимоотношения математики и логики[9]. Подчеркивается важность открытия логических законов тождества и противоречия для математики, которые «гарантируют ей сам характер науки. Математика считается наиболее точной и правильной наукой, но она вместе с тем ничуть не заботится, существует ли, в самом деле, — во внешнем мире то, что составляет предмет ее исследований (например, точки, линии); напротив того, она совершенно спокойно оперирует над чисто умственными и абстрактными предметами» [5, с. 80]. Основной упрек к математике в том, что ее «правильность»

[8]В Российской национальной библиотеке (Санкт-Петербург) хранится издание с личным автографом «Дорогому и добрейшему Григорию Васильевичу Левицкому». Заметим, что дарственный автограф «Дорогому Григорию Васильевичу Левицкому на добрую память, автор» есть и на экземпляре критического разбора объемной работы Ягодинского «Генетическая логика», ссылки на которую мы уже приводили. На автографы обращаем внимание в смысле подчеркивания, что российские логики читали работы друг друга, полемизировали.

[9]В этот период набирает силу традиция подготовки учебников для изучения математической логики. См., например: [6].

обусловливается лишь тем, что помимо критерия «материального», она предлагает критерий «формальной истины». Заканчивается книга словами: «Любопытнейшим явлением в истории логики после Декарта является логика Лейбница, пытающаяся воссоединить и примирить — и старую логику Аристотеля, и новую логику Декарта и даже те некоторые оригинальные мысли о логике, которые были высказаны схоластиками. Обозрением Лейбницевой логики займется вторая часть этой книги, если этой второй части вообще суждено будет когда-либо явиться в свет...» [5, с.138]. По нашим данным, вторая часть в печати не выходила.

* * *

Аспект, к которому мы теперь подошли, — это роль дискуссии в становлении и, если так можно выразиться, самоосознании науки. Для логики в этот период наиболее важную роль сыграли дискуссии, связанные с начавшейся в XIX в. революцией в основаниях математики, переходящей к началу XX в. в так называемый «кризис оснований». Логике предстояло сыграть в нем одну из главных ролей и самой претерпеть радикальные изменения. Степень интегрированности логики в общенаучное интеллектуальное сообщество была к этому времени весьма велика, и специалисты по логике, разумеется, не могли игнорировать процессы в смежных областях науки. Очевидно, что на развитие коммуникативных стратегий в академическом сообществе влияли и бурные общественные сломы, которые лихорадили Европу. Парадоксально, но в середине XIX в. для логики на русской почве должны были наступить не самые худшие времена согласно распоряжению от 1850 г. «О прекращении преподавания в университетах философии и замене этого предмета двумя дисциплинами — логикой и психологией» [35, с. 258].

Вместе с тем, по справедливому замечанию В.А. Бажанова: «В логической мысли России XIX — начала XX века <...> доминировали психологизм (и своего рода антропологизм), согласно которым логика должна заниматься анализом «реального» мышления, а не изучением последствий нормативного характера логических законов и соответствующих им принудительных конструкций. <...>

В принципе такого рода установки тормозили развитие логики в ее математической форме» [26, с. 10].

Вплоть до XX в. преподавание математики основывалось в основном на книгах Евклида, изложение «по Евклиду» считалось образцом логической строгости. Одним из знаковых событий того времени, приведших к революции в математике, было открытие альтернативных неевклидовых геометрий в начале XIX в. Это открытие не могло не отразиться и на логике, поначалу косвенно, хотя бы в том, что касается сомнений в самоочевидности и непреложности аксиом[10].

Логика до начала этого периода тоже мало менялась со времен Аристотеля. Выше мы цитировали мнение М. Каринского в защиту аристотелевской традиции. В 1911 г. Н.А. Васильев (1880–1940), представитель младшего поколения логиков, говорил в своих лекциях в Казанском университете (цитируем по недавно опубликованному конспекту его лекций): «Вплоть до XIX века логика сохраняла в существенном все положения аристотелевской логики. <...> В XIX веке началась эмансипация логики от Аристотеля. Главными этапами этого движения были: метафизическая логика Гегеля, открытие Миллем законов научной индукции и его критика силлогизма, критика учения о модальности суждения, сделанная Зигвартом <...> наконец, создание математической логики трудами Буля, Шредера и Порецкого» [8, с. 126]. Важно отметить, что начало перевороту в основаниях математики положили труды как российских, так и иностранных ученых.

Российская наука в конце XIX в. теснейшим образом связана с западноевропейской. Зачастую научные работы пишутся на иностранных языках, иностранный мог быть и языком первой публикации. Именно к таким своим публикациям отсылает П.С. Порецкий в своей статье «Из области математической логики» [37], цель которой — «познакомить читателя на простом и всем известном при-

[10]Как писал в 1912 г. российский логик Н.А. Васильев: «Воображаемая логика построена методом воображаемой геометрии... Для этого мне пришлось изучить неевклидову геометрию... Из всех систем неевклидовой геометрии я более пристально занимался геометрией Лобачевского». Цит. по [27, с. 377].

мере с основаниями метода математической логики и с его преимуществом перед методом отвлеченного умозрения» [37, с. 1]. Так, о разделении причин на простые и сложные и о связи между ними можно прочесть в работе «Quelques lois ultérieures de la théorie des égalités logiques» [53]; правила, на основании которых выводятся заключения, выраженные «при помощи терминов, чуждых речи, т. е. отличных от a, b, c», изложены в работе «Sept lois fondamentales de la théorie des égalités logiques» [54] (обе опубликованы в Казани); таблица, дающая без вычислений все 7424 заключения («с различными избытками») в качестве приложения приведена в статье «Théorie des égalités logiques à trois termes a, b, c» [55]; общий способ составления подобного рода таблиц для любой логической задачи о двух терминах изложен в статье «Exposé élémentaire de la théorie des égalités logiques à deux termes a et b» [56] (обе опубликованы в Париже).

Дело не только в желании познакомить иностранных ученых со своими достижениями, но и в формах влияния научных сообществ друг на друга. Нередко так называемый «непрямой» путь, по которому движутся научные идеи, надежнее всего способствует их признанию. В этом смысле поучительной является история появления и последующего признания работ Н.И. Лобачевского (1792–1856).

Сосредоточимся на главном, с точки зрения рассматриваемых в данной статье аспектов научного взаимодействия. Текст первой работы Лобачевского о пятом постулате и основаниях геометрии под заглавием «Exposition succinte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles» был написан на французском языке [23, с. 12], [24, с. 7]. Вопрос, как именно этот текст был представлен, в виде доклада или рукописи для прочтения [24], не имеет для нас принципиального значения. Позже (в 1829–1830 гг.) он был опубликовал в журнале «Казанский вестник» под названием «О началах геометрии» (на русском языке). В 1835–1836 гг. в «Ученых записках» Казанского университета, тоже на русском, публикуется «Воображаемая геометрия» и ее продолжение «Применение воображаемой геометрии к некоторым интегралам».

Там же в 1835–1838 г. он печатает «Новые начала геометрии с полной теорией параллельных» (около 400 страниц). Как пишет

В.Ф. Каган: «неевклидова геометрия изложена здесь более обстоятельно и понятно, чем в предыдущих работах. Но для того, чтобы дойти до главы VII, где изложение ее начинается, нужно было затратить утомительный труд на прочтение первых шести глав» [23, с. 17]. В России реакция на эти публикации Лобачевского была в то время резко критической, без особых попыток разобраться. Известно, что пользовавшийся в то время большим влиянием петербургский математик М.В. Остроградский (1801–1861) и окружавшие его математики «были предубеждены против всего, что выходило из-под пера Лобачевского» [23, с. 17]. Причины враждебности (только отчасти связанные с сутью открытий Лобачевского) рассматриваются в [24], но эти нюансы не меняют общей картины.

С целью привлечь внимание к своим исследованиям Лобачевский опубликовал краткое изложение своих теорий на немецком языке [51]. В одном из писем к коллегам Гаусс писал: «Я начинаю читать по-русски довольно успешно и нахожу в этом большое удовольствие. Г-н Кнорре прислал мне небольшой мемуар Лобачевского (в Казани), написанный по-русски, и как этот мемуар, так и небольшая книжка о параллельных на немецком языке (о ней появилась совершенно нелепая заметка в «Реперториуме» Герсдорфа) возбудили во мне желание узнать об этом остроумном (geistreich) математике» [23, с. 19].

С точки зрения проблем научной коммуникации интересно отметить, что Гаусс, по-видимому, начал изучать русский язык еще до знакомства с работами Лобачевского. Э. Кнорр (или Кнорре), упоминаемый в этом письме, — профессор Казанского университета, который «по Высочайше утвержденному положению г.г. Министров был отправлен на 9 месяцев путешествовать» и, в частности, встречался с Гауссом. Гаусс способствовал избранию Лобачевского член-корреспондентом Королевского Геттингенского общества [24, с. 9–10].

Посмертная публикация переписки Гаусса привлекла внимание западной научной общественности к работам Лобачевского. Важную роль сыграла и публикация [51]. В 1866 г. «Geometrische Untersuchungen» были переведены на французский язык. Издательство Gautier-Villars издало его отдельной книгой. В Германии в 1887 г. переиздается издание 1840 г., а чуть позже, в 1891 г., публикуется и английский перевод в Техасском Университете в Остине.

В России, не без влияния Гаусса, приходит интерес к открытиям Лобачевского. В 1868 г. в III томе журнала «Математический Сборник» публикуется статья «О теории параллельных линий Н.И. Лобачевского». Именно эта небольшая статья становится событием, суть которого «первое, очень осторожное, признание работ Лобачевского в России» [23, с. 20]. За собственным текстом автора следует «Извлечение из переписки Гаусса с Шумахером» и перевод «Geometrische Untersuchungen». А в 1886 г. Казанским университетом издается второй том «Полного собрания сочинений по геометрии Н.И. Лобачевского», где в том числе содержались сочинения, опубликованные ранее на иностранных языках [23, с. 21]. К слову сказать, одним из первых пропагандистов идей Лобачевского в России был казанский профессор математики А.В. Васильев, отец логика Н.А. Васильева. Заметим, что «извилистость» пути к признанию характерна не только для России [14]. Интересно, например, что тот же К.Ф. Гаусс, один из наиболее выдающихся математиков того времени, сам размышлявший над идеями неевклидовой геометрии, вообще не решился их публиковать в Германии.

К концу XIX в. все большую роль в жизни мирового научного сообщества приобретают научные конференции и конгрессы. Для логики и логиков важную роль играют такие события международной научной жизни, как международные философские конгрессы и международные конгрессы математиков. Еще в 1893 г. математики впервые собрались на Математический Конгресс в Чикаго. В его трудах была опубликована статья И.М. Первушина (1827–1900), представленная Казанским университетом [52]. Однако Чикагский конгресс принято рассматривать отдельно от последующих международных конгрессов математиков. Он не был созван международным математическим союзом, и международное присутствие было слабым.

Собственно первый международный конгресс математиков состоялся в Цюрихе в августе 1897 г. [60]. Среди организаторов мы видим имя А.А. Маркова (1856–1922; академик, специалист по теории вероятностей, автор понятия «марковские цепи», отец известного в будущем советского логика, тоже А.А. Маркова). В цюрихском конгрессе приняли участие 208 математиков, из них 12 представляли Россию.

С пленарными докладами выступали такие крупные математики, как А. Пуанкаре, Ф. Клейн, Дж. Пеано (G. Peano: «Logica matematica»). Среди секционных докладов упомянем доклады Бурали-Форти (C. Burali-Forti: «Les postulats pour la géométrie d'Euclide et de Lobatschewsky»), И.М. Первушина (его зачитал А.В. Васильев: Formules pour la détermination approximative des nombres premiers, de leur somme et de leur différence d'après le numéro de ces nombres. Note adressée au Congrès par M. J[ean]. Pervouchine et traduite par M.A. Vassilief.), Н.В. Бугаева (N. Bougaïev. «Les mathématiques et la conception du monde au point de vue de la philosophie scientifique»), Н.Е. Жуковского (1847–1921) [60].

В августе 1900 г. в Париже состоялись Первый Международный Философский Конгресс [57] и непосредственно после него Второй Международный Конгресс Математиков [50]. Оба конгресса были тесно связаны, в том числе и по составу докладчиков. Одним из главных организаторов философского конгресса был известный французский логик Л. Кутюра (Louis Couturat), который представлял на конгрессе доклад П.С. Порецкого (см. [57]). Среди участников находим имена В.Н. Ивановского (1867–1939), Б.Н. Чичерина (1828–1904), А.В. Васильева (1853–1929). В конгрессе принимали участие известные математики и философы А. Пуанкаре, Дж. Пеано, Б. Рассел, А. Бергсон.

Общее число участников Второго Международного Конгресса Математиков 248. Интересен список участников, представлявших Российскую империю [50, p. 58–115]: И.В. Мещерский (1859–1935), И.Л. Пташицкий (1854–1912), О. Сабинина (1833–1909), В.И. Шифф (1860–1919), Д.Ф. Селиванов (1855–1932), Д. Синцов (1864–1946), Г. Суслов (1857–1935), М. Тихомандрицкий (1844–1921), А.В. Васильев, Н. Забудский (1853–1917). Одним из пленарных докладчиков был Давид Гильберт, который представил свой знаменитый список из 23 открытых проблем.

Дискуссии вокруг оснований математики, теории множеств, обнаружение парадоксов, таких как парадокс Бурали-Форти, знаменитый парадокс Рассела, непосредственно отражались на исследованиях по логике[11].

Философами, логиками и математиками осознается глубокая взаимная связь и обоюдная значимость математики и логики. Международные Конгрессы Математиков (ICM) и Международные Философские Конгрессы (IPhC) идут «рука об руку» до 1912 г.: II IPhC, III ICM (1904), III IPhC, IV ICM (1908), IV IPhC (1911), V ICM (1912). Затем тяжелый раскол в научное сообщество вносит мировая война 1914–1918 гг. и конгрессы прерываются надолго [49]. Несомненно, эта исключительная возможность взаимодействия и сотрудничества сильнейшим образом сказалась как на математике, так и на логике.

* * *

Труды некоторых логиков младшего поколения — например, Н.А. Васильева [9], И.Д. Менделеева (1883–1936) [32], [33], принадлежат, в некотором смысле, уже другой эпохе. В них очень сильно чувствуется отход от антропологической точки зрения. «Существенные изменения в содержание логики внесло и создание математической логики», — писал Н.А. Васильев [8, с. 122]. В своих работах он помимо отсылок к таким блестящим именам западноевропейских ученых, как Рассел, Пеано, Пуанкаре, Гильберт, Гамильтон, Больцано, Шлейермахер, Брентано, Лотц и др., цитирует российских логиков Порецкого, Каринского, Введенского.

И.Д. Менделеев также с одинаковой свободой ссылается как на математиков — Абеля, Грассмана, Гамильтона, логиков Буля, Шредера, Порецкого, так и на новейшие исследования, например, Гильберта, Пеано, Рассела, демонстрирует глубокое знание всех основных западных логико-математических работ своего времени. Практически избегая «технических» вопросов, характерных для работ по

[11] Бертран Рассел сообщил об открытом им парадоксе в письме известному логику Готтлобу Фреге. Обнаружение парадокса заставило Фреге отказаться от значительной части своих концепций. Сведения о парадоксе быстро распространились по научному сообщесту.

математической логике (в том числе и Порецкого), И.Д. Менделеев показывает в то же время прекрасное понимание этих вопросов. В его книге обсуждается ряд идей, дальнейшее развитие которых сыграло большую роль в математической логике. Среди этих идей, например, идеи, получившие развитие в финитизме Гильберта: «Области не только опыта, но и естественно-научной теории есть области конечные» [33, с. 16]. «Этот метод (метод конечной математики. — *Н.О.*, *С.С.*) $<\ldots>$ может быть сведен к одним логическим операциям» [33, с. 22].

Менделеев критически относится к логицистам (таким как Фреге и Рассел), в значительной степени солидаризируясь с Пуанкаре, который был одним из провозвестников интуиционизма. Видны в работе Менделеева и предвестия исследований по непротиворечивости математических систем, занимавших центральное место в работах Гильберта, Тарского, Гёделя. «Все попытки доказательства непротиворечивости общих математических систем должны быть бесплодными» [33, с. 36]. Представление о широте его кругозора дают и ссылки в его публикациях на только что появившиеся в то время первые работы по квантовой механике.

Мы не ставим задачу оценить, внес ли Менделеев значительный вклад в развитие математических методов логики, несомненно, однако, что его подход и круг обсуждаемых им идей выглядят чрезвычайно современно. По существу, он принимает участие в профессиональной полемике, характерной и для последующих десятилетий.

С начала XX в. дискуссии приобретают особое распространение в академическом сообществе. Их усилению способствует ослабление цензурных ограничений после революции 1905–1907 гг. И Менделеев разворачивает полемику с Введенским на страницах своей книги «От критицизма к этической гносеологии. . . », задачи которой он видел в том, чтобы «с достаточной подробностью сопоставить свои выводы с выводами других современных систем» [33, с. V]. Как пишет автор, «выбор пал совершенно естественно на наиболее значительное философское произведение из появившихся в этом направлении в России, а именно на капитальное сочинение Проф. С.-П.Б. Ун. А.И. Введенского “Логика, как часть теории познания” (1912)» [33, с. V].

Говоря о научных дискуссиях, мы позволим себе ссылку на еще один пример критического разбора, который хронологически приближает нас к 1917 г., запустившему заметные перемены как в самом развитии науки логики, так и в стратегиях взаимодействия академического сообщества. И.И. Лапшин (1870–1952) уже в Петрограде публикует свою критику на диссертацию приват-доцента С.И. Поварнина (1870–1952) «Логика. Общее учение о доказательстве», которая понимается как попытка «в корне преобразовать всю систему логики» [21, с. 5], посвящая ее, к слову сказать, памяти «Профессора Платона Сергеевича Порецкого». Думается, что тема полемических стратегий в академическом сообществе того времени весьма плодотворная для более развернутого дальнейшего исследования, в том числе и сравнительного.

В статье рассмотрены вопросы формирования своего рода канонов коммуникации внутри российского сообщества логиков, различных видов публикационной активности, традиций ссылок на отечественных специалистов. Очевидно, что для научной коммуникации того времени печатные труды служат своего рода кафедрой как для острой полемики, так и для объединения в неформальные академические коалиции. В каком объеме возможно было следование этим традициям и канонам после революции 1917 года, как они менялись и насыщались, мы рассмотрим в следующих статьях.

Список литературы

[1] *Андреев А.Ю.* Русские студенты в немецких университетах XVIII–первой половины XIX века. М.: Знак, 2005. 287 с.

[2] *Анри В.А.* Роль Лейбница в создании научных школ в России // Успехи физических наук. 1999. Т. 169. № 12. С. 1329–1331.)

[3] *Бажанов В.А.* История логики в России и СССР. Концептуальный контекст университетской философии. М.:«Канон+», 2007. 336 с.

[4] *Бобров Е.А.* Генетическая логика // Сборник учебно-литературного общества при Императорском Юрьевском Университете. Тип. К. Маттисена, 1912. Т. 19. С. 61–80.

[5] *Бобров Е.А.* Историческое введение в логику. Варшава: тип. Варш. учеб. округа, 1913. 140 с.

[6] *Бобынин В.В.* Опыты математического изложения логики // Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем. 1886. Вып. 1. 44 с.

[7] *Бугаев Н.В.* Числовые тождества, находящиеся в связи с свойствами символа // Соч. Николая Бугаева. М.: Унив. тип. (Катков и К°), 1866. 162 с.

[8] *Васильев Н.А.* Избр. тр. М.:«Наука», 1989. 263 с.

[9] *Васильев Н.А.* Логика и металогика // Логос. 1912–13. Кн. 1–2. С. 53–81.

[10] *Введенский А.И.* Логика, как часть теории познания. СПб.: С.-Петерб. высш. женские историко-ли. и юрид. курсы, 1909. 404 с.

[11] *Владиславлев М.И.* Логика. Обозрение индуктивных и дедуктивных приемов мышления и исторические очерки: логики Аристотеля, схоластической диалектики, логики формальной и индуктивной. СПб.: Тип. В. Демакова, 1872. 257 с.

[12] *Грот Н. Я.* К вопросу о реформе логики. Опыт новой теории умственных процессов. Нежин: Историко-филол. Ин-т, 1882. 350 с.

[13] Детская логика, сочиненная для употребления российского юношества. М.: Университет. тип. у Н. Новикова, 1787. 90 с.

[14] *Инфельд Л.* Эварист Галуа — Избранник богов / Пер. с англ. М. Кана. Изд. 3-е. М.: Молодая гвардия, 1965. 352 с.

[15] *Каптерев П.Ф.* История Логики. Лекции. Педагогические женские курсы 1879–1880 уч. г.. СПб.: Русская Литография Курочкина, 1880. 298 с.

[16] *Каринский М.И.* Логика. СПб.: Тип. Ф.Г. Елеонского и К., 1884–1885. 577 с.

[17] *Карпов В.Н.* Систематическое изложение логики. СПб.: тип. Я. Трея, 1856. 314 с.

[18] *Клайн М.* Математика. Утрата определенности. М.: РИМИС, 2007. 640 с.

[19] Краткая логика, или умословие, служащее в пользу Российскому Юношеству / Пер. с нем. М: Моск. Сенат. тип. иждивением А. Светушкина, 1788. 106 с.

[20] *Ланге Н.Н.* Учебник логики. Одесса: Е.П. Распопов, 1898. 238 с.

[21] *Лапшин И.И.* Гносеологические исследования // Логика отношений и силлогизм. Пг.: Сенат. тип., 1917. Вып. 1. 85 с.

[22] *Лейкфельд П.Э.* Различные направления в логике и основные задачи этой науки. Харьков: тип. Губерн. правления, 1890. 388 с.

[23] *Лобачевский Н.И.* Геометрические исследования по теории параллельных линий / Пер., коммент., вступит. ст. и примеч. проф. В.Ф. Кагана. М.-Л.: Изд. Академии Наук СССР, 1945. 176 с.

[24] *Изотов Г.Е.* Легенды и действительность в биографии Н.И. Лобачевского // Природа. 1993. № 7. С. 4–11.

[25] Логика: Биобиблиографический справочник (Россия–СССР–Россия). СПб.: Наука, 2001. 488 с.

[26] *Бажанов В.А.* Вступительная статья // Логико-гносеологическое направление в отечественной философии (первая половина XX века): М.И. Каринский, В.Н. Ивановский, Н.А. Васильев / Под ред. В.А. Бажанова. М.: РОССПЭН, 2012. С. 5–14.

[27] *Бажанов В.А.* Н.А. Васильев как человек и мыслитель. Открытие и судьба воображаемой логики // Логико-гносеологическое направление в отечественной философии (первая половина XX века): М.И. Каринский, В.Н. Ивановский, Н.А. Васильев / Под ред. В.А. Бажанова. М.: РОССПЭН, 2012. С. 267–408.

[28] *Лодий П.* Логические наставления, руководствующие к познанию и различению истинного от ложного. В пользу студентов Санкт-Петербургского Педагогического Института, сочиненные оного Института Ординарным Профессором, Словесных искусств и Философии Доктором, Коллежским Советником Петром Лодием. СПб.: Тип. Иос. Иоаннесова, 1815. 480 с.

[29] *Лосский Н.О.* Лекции по логике, читанные на 1 курсе Женского Педагогического института в 1903–1904 гг. СПб.: б.м., 1904. 354 с.

[30] *Лосский Н.О.* Сборник элементарных упражнений по логике. СПб.: тип. М.М. Стасюлевича, 1908. 206 с.

[31] *Маковельский А.О.* История логики. М.: Наука, 1967. 502 с.

[32] *Менделеев И.Д.* Метод математики. Логика и гносеология математики. СПб.: Изд-во «Образование», 1913. 143 с.

[33] *Менделеев И.Д* От критицизма к этической гносеологии. Опровержение критицизма проф. А.И. Введенского. Введение в этическую гносеологию. Клин: Тип. бр. В. и Г. Лукошковых, 1914. 112 с.

[34] *Мочульский Иван.* Логика и риторика для дворян. М.: тип. Пономарева, 1789. 7 с.

[35] Наука и кризисы. Историко–сравнительные очерки / Ред.-сост. Э.И. Колчинский. СПб.: Дмитрий Буланин, 2003. 1040 с.

[36] *Новицкий О.* Руководство к логике составленное ординарным проф. Универ. Св. Владимира Орестом Новицким. Киев: Унив. тип., 1841. 324 с.

[37] *Порецкий П.С.* Из области математической логики. М: т-во тип. А.И. Мамонтова, 1902. 21 с.

[38] *Порецкий П.С.* О способах решения логических равенств и об обратном способе математической логики. Казань: тип. В.М. Ключникова, 1884. 170 с.

[39] *Радлов Э.Л.* Логика. Лекции. СПб.: изд. М. Дабижа, 1880. 136 с.

[40] *Райковский А.И.* Логика, составленная протоиереем А. Райковским. Ч. 1. СПб.: Тип. И.И. Глазунова и К., 1857. 156 с.

[41] *Рижский Иван.* Умословие или умственная философия, написанная в С.-Петербургском горном училище в пользу обучающегося в нем юношества Иваном Рижским. СПб.: Тип. Горного Училища, 1790. 244 с.

[42] *Рутковский Л.В.* Основные типы умозаключений. СПб.: Типо-лит. А.Е. Ландау, 1888. 160 с.

[43] *Светилин А.Е.* Конспект лекций по логике, читанных в СПб. Дух. Академии А.Е. Светилиным в 1881–1882. СПб., 1882. 433 с.

[44] *Струве Г. Е.* Элементарная логика. Руководство для преподавания в средних учебных заведениях и для самообучения. Варшава: Тип. Газеты «Век», 1874. 149 с.

[45] *Троицкий М.М.* Учебник логики с подробными указаниями на историю этой науки в России и других странах. Изд. 2-е. М.: Тип. Э. Лисснера и Ю. Романа, 1886. 247 с.

[46] *Факчиолат И.* Факчиолата Иакова. Логики, содержащий начала логические, в пользу обучающегося юношества / Пер. с латинского. М.: Тип. А. Решетникова, 1794. 262 с.

[47] *Челпанов Г.И.* Учебник логики (для гимназий и самообразования). Изд. 2-е. Киев-Одесса: И.А. Розов, 1906. 176 с.

[48] *Ягодинский И.И.* Генетический метод в логике. Казань: типо-лит. Император. Ун-та, 1909. 360 с.

[49] *Albers D.J., Alexanderson G.L., Reid C.* International Mathematical Congresses: An Illustrated History, 1893–1986. Springer-Verlag, 1987. 310 p.

[50] Compte Rendu du Deuxième Congrès International Des Mathématiciens, tenu à Paris du 6 à 12 aout 1900 // Procès-verbaux et Communications publiés par E. Duporcq, Ingénieur des Télégraphes, Secrétaire général du Congrès. Paris: Gauthier-Villars, 1902. 456 p.

[51] *Lobatschewsky N.I.* Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien. Berlin: G. Fincke, 1840. 61 p.

[52] *Pervouchine I.M.* Concerning Arithmetical Operations Involving Large Numbers // Mathematical Papers Read at the International Mathematical Congress held in connection with the World's Columbian Exposition Chicago 1893 / Edited by the committee of the Congress: E. Hastings Moore, Oscar Bolza, Heinrich Maschke, Henry S. White. N.Y.: Macmillan and Co., 1896. 277 p.

[53] *Poretsky P.S.* Quelques lois ultérieures de la théorie des égalités logiques. Казань: типо-литография имп. ун-та, 1902. 163 с.

[54] *Poretsky P.S.* Sept lois fondamentales de la théorie des égalités logiques. Казань: типо-литография имп. ун-та, 1899. 157 с.

[55] *Poretsky P.S.* Exposé élémentaire de la théorie des égalités logiques à deux termes a et b // Revue de Métaphysique et de Morale. 1900. P. 169–188.

[56] *Poretsky P.S.* Théorie des égalités logiques à trois termes // Bibilothèque du Congrès International de Philosophie, III. Paris: Librairie Armand Colin, 1901. P. 201–235.

[57] Revue de Métaphysique et de Morale. 1900. Vol. 8. № 5. P. 503–698.

[58] *Scott Ch. A.* The International Congress of Mathematicians in Paris // Bulletin of the American Mathematical Society. 1900. Vol. 7(2). P. 57–79.

[59] *Soulié S.* La Revue de métaphysique et de morale et les congrès internationaux de philosophie (1900–1914): une contribution à

la construction d'une Internationale philosophique // Revue de métaphysique et de morale. 2014. Vol. 84(4). P. 467–481

[60] Verhandlungen der ersten internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich vom 9 bis 11. August 1897 / Herausgegeben von Dr. Ferdinand Rudio professor am eidgenössischen Polytechnikum. Leipzig: Druck und Verlag von B.G. Teubner, 1898. 320 p.

N.Kh. Orlova, S.V. Soloviev

On the History of Logic in Russia Before Revolution: Strategies of Academic Interaction

Orlova Nadezhda Khadjimerzanovna
Institute of Philosophy, Saint Petersburg State University
5 Mendeleevskaya Liniya, St. Petersburg, 199034, Russian Federation
e-mail: nadinor@mail.ru

Soloviev Sergei Vladimirovich
University of Toulouse
Toulouse 118 route de Narbonne, 31062, France
Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics
49 Kronverksky pr., Saint-Petersburg, 197101, Russian Federation
e-mail: soloviev@irit.fr

Some questions of emergence and development of logical studies in Russia before Revolution are considered from the point of view of communication between scholars. A historical retrospective is reconstructed, that includes the peculiar canon applied to the educational literature in logic, the first steps of the tradition of scientific references, the practice to publish critical books in answer to publications by colleagues. Different kinds of publications are considered (translations, textbooks, monographs etc.) For Russian logicians books were a space for discussion and exchange, also with international scientific community. The interaction with other sciences such as psychology and mathematics, and gradual emancipation of logic are outlines. In particular it is considered the influence on the development of Russian logic of so called revolution in mathematics. The paper is based on multiple sources never reprinted after original publication

Keywords: Vasiliev history of logic, mathematics, academic community, strategies of communication, publication activity, referencing

References

[1] Andreev, A.Yu. *Russkie studenty v nemetskikh universitetakh XVIII—pervoi poloviny XIX veka* [Russian students in German universities of XVIII—first half of XIX century]. Moscow: Znak Publ., 2005. 287 p. (In Russian)

[2] Anri, V.A. "Rol' Leibnitsa v sozdanii nauchnykh shkol v Rossii" [The role of Leibnitz in the establishment of scientific schools in Russia], *Uspekhi fizicheskikh nauk*. 1999, Vol. 169, No. 12, pp. 1329–1331. (In Russian)

[3] Bazhanov, V.A. *Istoriya logiki v Rossii i SSSR. Kontseptual'nyi kontekst universitetskoi filosofii* [History of logic in Russia and USSR. Conceptual context of university philosophy]. Moscow: Kanon+ Publ., 2007. 336 p. (In Russian)

[4] Bobrov, E.A. "Geneticheskaya logika" [Genetic logic], *Sbornik uchebno-literaturnogo obshchestva pri Imperatorskom Yur'evskom Universitete* [Collected papers of the educational-literary society at the Emperor's Yur'ev University], Vol. 19. K. Mattisen printing press, 1912, pp. 61–80. (In Russian)

[5] Bobrov, E.A. *Istoricheskoe vvedenie v logiku* [A historical introduction to logic]. Warsaw: printing press of the Warsaw's school district, 1913. 140 pp. (In Russian)

[6] Bobynin, V.V. "Opyty matematicheskogo izlozheniya logiki" [Essays of mathematical exposition of logic], *Physico-mathematical sciences in their present and past*, Issue 1. Printing press of A.I. Mamontov and Co., 1886. 44 pp. (In Russian)

[7] Bugaev, N.V. "Chislovye tozhdestva, nakhodyashchiesya v svyazi s svoistvami simvola" [The Numerical identities which are in connection with properties of a symbol], *Sochineniya Nikolaya Bugaeva* [Collected papers of Nikolya Bugaev]. Moscow: Univ. a type. (Katkov and K°), 1866. 162 pp. (In Russian)

[8] Vasil'ev, N.A. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Moscow: Science Publ., 1989. 263 pp. (In Russian)

[9] Vasil'ev, N.A. "Logika i metalogika" [Logic and metalogic], *Logos*, 1912–1913, Vol. 1–2, pp. 53–81. (In Russian)

[10] Vvedenskii, A.I. *Logika, kak chast' teorii poznaniya* [Logic as part of the theory of knowledge]. Saint-Petersburg: S.-Peterb. higher historico-literary and law courses for women Publ., 1909. 404 pp. (In Russian)

[11] Vladislavlev, M.I. *Logika. Obozrenie induktivnykh i deduktivnykh priemov myshleniya i istoricheskie ocherki: logiki Aristotelya, skholasticheskoi dialektiki, logiki formal'noi i induktivnoi* [Logic. A survey of inductive and deductive methods of thought and historical outlines: of the logic of Aristotle, scholastic dialectic, formal and inductive logic]. Saint-Petersburg: V. Demakov's printing press, 1872. 257 pp. (In Russian)

[12] Grot, N.Ya. *K voprosu o reforme logiki. Opyt novoi teorii umstvennykh protsessov* [On the issue of a reform of logic. An essay of new theory of mental processes]. Nezhin: Historico-philological Institute Publ., 1882. 350 pp. (In Russian)

[13] *Detskaya logika, sochinennaya dlya upotrebleniya rossiiskogo yunoshestva* [Child's logic, composed for use by Russian youth]. Moscow: N. Novikov's university printing press, 1787. 90 pp. (In Russian)

[14] Infel'd, L. *Evarist Galua — Izbrannik bogov* [Whom the gods love. The story of Evariste Galois], trans. by M. Kan. Moscow: Molodaya gvardiya Publ., 1965. 352 pp. (In Russian)

[15] Kapterev, P.F. *Istoriya Logiki. Lektsii. Pedagogicheskie zhenskie kursy 1879–1880 uch.g.* [History of logic. Lectures. Pedagogical courses for women. Year 1879–1880]. St.-Petersburg: Kurochkin's Russian Lithography, 1880. 298 pp. (In Russian)

[16] Karinskii, M. I. *Klassifikatsiya vyvodov* [Classification of deductions]. St.-Petersburg: printing press of F.G. Eleonsky and Co., 1880. 577 pp. (In Russian)

[17] Karpov, V.N. *Sistematicheskoe izlozhenie logiki* [A systematic exposition of logic]. St.-Petersburg: printing press of Ya. Trey, 1856. 314 pp. (In Russian)

[18] Kline, M. *Matematika. Utrata opredelennosti* [Mathematics. The loss of certainty]. Moscow: RIMIS Publ., 2007. 640 pp. (In Russian)

[19] *Kratkaya logika, ili umoslovie, sluzhashchee v pol'zu Rossiiskomu Yunoshestvu. Perevedena s nemetskogo yazyka* [Precis of logic, or reasoning, to be employed to the good of Russian youth. Translated from German]. Moscow: the Senate printing press on the expense of A. Svetushkin, 1788. 106 pp. (In Russian)

[20] Lange, N.N. *Uchebnik logiki* [Textbook of logic]. Odessa: E.P. Raspopov Publ., 1898. 238 pp. (In Russian)

[21] Lapshin, I.I. "Gnoseologicheskie issledovaniya" [Gnoseological studies], *Logika otnoshenii i sillogizm.* Petrograd: Senate printing press, 1917. Issue 1. 85 pp. (In Russian)

[22] Leikfel'd, P.E. *Razlichnye napravleniya v logike i osnovnye zadachi etoi nauki* [Different trends in logic and main problems of this science]. Khar'kov: printing press of Governor's office, 1890. 388 pp. (In Russian)

[23] Lobachevskii, N.I. *Geometricheskie issledovaniya po teorii parallel'nykh linii. Perevod, kommentarii, vstupitel'nye stat'i i primechaniya professora*

V.F. Kagana [Geometrical investigations on the theory of parallel lines. Translation, comments, introductory papers and notes by V.F. Kagan]. Moscow–Leningrad: Academy of Sciences of the USSR Publ., 1945. 176 pp. (In Russian)

[24] Izotov, G.E. "Legendy i deistvitel'nost' v biografii N.I. Lobachevskogo" [Legends and reality in the biography of N.I. Lobachevsky], *Priroda*, 1993, No. 7, pp. 4–11. (In Russian)

[25] *Logika: Biobibliograficheskii spravochnik (Rossiya–SSSR–Rossiya)* [Logic. A biobibliographical directory. (Russia–USSR–Russia)]. St.-Petersburg: Science Publ., 2001. 488 pp. (In Russian)

[26] Bazhanov, V.A. "Vstupitel'naya stat'ya" [Introductory paper], *Logiko-gnoseologicheskoe napravlenie v otechestvennoi filosofii (pervaya polovina XX veka): M.I. Karinskii, V.N. Ivanovskii, N.A. Vasil'ev* [The logico-gnoseological direction in Russian philosophy (first half of XX century): M.I. Karinskii, V.N. Ivanovskii, N.A. Vasil'ev], ed. by V.A. Bazhanov. Moscow: ROSSPEN Publ., 2012, pp. 5–14. (In Russian)

[27] Bazhanov, V.A. "N.A. Vasil'ev kak chelovek i myslitel'. Otkrytie i sud'ba voobrazhaemoi logiki" [N.A. Vasil'ev as a man and thinker. Discovery and destiny of imaginary logic], *Logiko-gnoseologicheskoe napravlenie v otechestvennoi filosofii (pervaya polovina XX veka): M.I. Karinskii, V.N. Ivanovskii, N.A. Vasil'ev* [The logico-gnoseological direction in Russian philosophy (first half of XX century): M.I. Karinskii, V.N. Ivanovskii, N.A. Vasil'ev], ed. by V.A. Bazhanov. Moscow: ROSSPEN Publ., 2012, pp. 267–408. (In Russian)

[28] Lodii, P. *Logicheskie nastavleniya, rukovodstvuyushchie k poznaniyu i razlicheniyu istinnogo ot lozhnogo. V pol'zu studentov Sankt-Peterburgskogo Pedagogicheskogo Instituta, sochinennye onogo Instituta Ordinarnym Professorom, Slovesnykh iskusstv i Filosofii Doktorom, Kollezhskim Sovetnikom Petrom Lodiem* [Logical instructions, directing to understanding and discerning the true and the false. To the good of the students of Saint-Petersburg Pedagogical Instititute, composed by the ordinary professor, doctor of rhetoric and philosophy, collegiate councillor Petr Lodii]. St.-Petersburg.: printing press of Ios. Ioannesov, 1815. 480 pp. (In Russian)

[29] Losskii, N.O. *Lektsii po logike, chitannye na 1 kurse Zhenskogo Pedagogicheskogo instituta v 1903–1904 gg.* [Lectures on logic given to the 1st year of the Pedagogical Institute for Women in 1903–1904]. St.-Petersburg, 1904. 354 pp. (In Russian)

[30] Losskii, N.O. *Sbornik elementarnykh uprazhnenii po logike* [Collection of elementary exercises in logic]. St.-Petersburg: printing press of M.M. Stasyulevich, 1908. 206 pp. (In Russian)

[31] Makovel'skii, A.O. *Istoriya logiki* [History of logic]. Moscow: Science Publ., 1967. 502 pp. (In Russian)

[32] Mendeleev, I.D. *Metod matematiki. Logika i gnoseologiya matematiki* [Method of mathematics. Logic and gnoseology of mathematics]. St.-Petersburg: Obrazovanie Publ., 1913. 143 pp. (In Russian)

[33] Mendeleev, I.D. *Ot krititsizma k eticheskoi gnoseologii. Oproverzhenie krititsizma prof. A.I. Vvedenskogo. Vvedenie v eticheskuyu gnoseologiyu* [From criticism to ethical gnoseology. A refutation of the criticism by prof. A. I. Vvedensky. Introduction to ethical gnoseology]. Klin: printing press of br.V. and G. Lukoshkov, 1914. 112 pp. (In Russian)

[34] Mochul'skii, Ivan. *Logika i ritorika dlya dvoryan* [Logic and rhetoric for noblemen]. Moscow: Ponomarev's printing press, 1789. 71 pp. (In Russian)

[35] *Nauka i krizisy. Istoriko-sravnitel'nye ocherki* [Science and Crises. Historico-comparative essays], ed. by E.I. Kolchinskii. St.-Petersburg: Dmitrii Bulanin Publ., 2003. 1040 pp. (In Russian)

[36] Novitskii, O. *Rukovodstvo k logike sostavlennoe ordinarnym prof. Univer. Sv. Vladimira Orestom Novitskim* [Instruction in logic composed by ordinary professor of St. Vladimir University Orest Novitsky]. Kiev: university printing press, 1841. 324 pp. (In Russian)

[37] Poretskii, P.S. *Iz oblasti matematicheskoi logiki* [From the domain of mathematical logic], M: partnership of A.I. Mamontov's printing press, 1902. 21 pp. (In Russian)

[38] Poretskii, P.S. *O sposobakh resheniya logicheskikh ravenstv i ob obratnom sposobe matematicheskoi logiki* [On methods of solution of logical equalities and on inverse method in mathematical logic]. Kazan': V.M. Klyuchnikov's printing press, 1884. 170 pp. (In Russian)

[39] Radlov, E.L. *Logika. Lektsii* [Logic. Lectures]. St.-Petersburg: M. Dabizh Publ., 1880. 136 pp. (In Russian)

[40] Raikovskii, A.I. *Logika, sostavlennaya protoiereem A. Raikovskim* [Logic, composed by archpriest A. Raikovsky]. Pt.1, St.-Petersburg: I.I. Glazunov and Co. printing press, 1857. 156 pp. (In Russian)

[41] Rizhskii, I. *Umoslovie ili umstvennaya filosofiya, napisannaya v S.-Peterburgskom gornom uchilishche v pol'zu obuchayushchegosya v nem*

yunoshestva Ivanom Rizhskim [Reasoning or mental philosophy, written at St. Petersburg mining school to the good of youth that study there by Ivan Rizhsky]. St.-Petersburg: Mining school's press, 1790. 244 pp. (In Russian)

[42] Rutkovskii, L.V. *Osnovnye tipy umozaklyuchenii* [Main types of reasoning]. St.-Petersburg: press and lithography of A.E. Landau, 1888. 160 pp. (In Russian)

[43] Svetilin, A.E. *Konspekt lektsii po logike, chitannykh v SPb. Dukh. Akademii A.E. Svetilinym v 1881–1882* [Lecture notes in logic, read at SPb Theological Academy by A.E. Svetilin in 1881–1882]. St.-Petersburg, 1882. 433 pp. (In Russian)

[44] Struve, G.E. *Elementarnaya logika. Rukovodstvo dlya prepodavaniya v srednikh uchebnykh zavedeniyakh i dlya samoobucheniya* [Elementary logic. Instrucion for teaching at secondary educational institutions and for self-education]. Warsaw: newspaper "Vek" printing press (I. Nikovsky), 1900. 149 pp. (In Russian)

[45] Troitskii, M.M. *Uchebnik logiki s podrobnymi ukazaniyami na istoriyu etoi nauki v Rossii i drugikh stranakh* [Textbook in logic with detailed notes on history of this science in Russia and other countries], 2nd ed. Moscow: E. Lissner's and Yu. Roman's press, 1886. 247 pp. (In Russian)

[46] Fakchiolat, I. *Fakchiolata Iakova Logiki, soderzhashchie nachala logicheskie, v pol'zu obuchayushchegosya yunoshestva. Per. s latinskogo* [Iakov Fakchiolat's Logic, including basics of logic, to the good of student youth. Transl. from Latin]. Moscow: printing press of A. Reshetnikov, 1794. 262 pp. (In Russian)

[47] Chelpanov, G.I. *Uchebnik logiki (dlya gimnazii i samoobrazovaniya)* [Textbook in logic (for gymnasium and self-education)], 2nd ed. Kiev–Odessa: I. A. Rozov Publ., 1906. 176 pp. (In Russian)

[48] Yagodinskii, I.I. *Geneticheskii metod v logike* [Genetic method in logic]. Kazan': Emperor's university printing press and lithography, 1909. 360 pp. (In Russian)

[49] Albers, D.J., Alexanderson, G.L., Reid, C. *International Mathematical Congresses: An Illustrated History, 1893–1986.* Springer-Verlag, 1987. 310 pp.

[50] "Compte Rendu du Deuxième Congrès International Des Mathématiciens, tenu à Paris du 6 à 12 aout 1900" [Official Report of the Second International Congress Of Mathematicians, held in Paris from 6 to 12 Au-

gust 1900], *Procès-verbaux et Communications publiés par E. Duporcq, Ingénieur des Télégraphes, Secrétaire général du Congrès* [Minutes and Communications published by E. Duporcq Engineer Telegraph, General Secretary of the Congress]. Paris: Gauthier-Villars, 1902. 456 pp. (In French)

[51] Lobatschewsky, N.I. *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien* [Geometric Investigations on the theory of parallel lines]. Berlin: G. Fincke, 1840. 61 pp. (In German)

[52] Pervouchine, I.M. "Concerning Arithmetical Operations Involving Large Numbers", *Mathematical Papers Read at the International Mathematical Congress held in connection with the World's Columbian Exposition Chicago 1893*, ed. by the committee of the Congress: E. Hastings Moore, Oscar Bolza, Heinrich Maschke, Henry S. White. New York: Macmillan and Co. 1896. 277 pp.

[53] Poretsky, P.S. *Quelques lois ultérieures de la théorie des égalités logiques* [Some subsequent laws of logic equations theory]. Kazan': Emperor's university printing press and lithography, 1902. 163 pp. (In French)

[54] Poretsky P.S. *Sept lois fondamentales de la théorie des égalités logiques* [September fundamental laws of logic equations theory]. Kazan: Emperor's university printing press and lithography, 1899, 157 pp. (In French)

[55] Poretsky, P.S. "Exposé élémentaire de la théorie des égalités logiques à deux termes a et b" [Elementary of logical theory equations with two terms a and b Presentation], *Revue de Métaphysique et de Morale*, 1900, pp. 169–188. (In French)

[56] Poretsky, P.S. "Théorie des égalités logiques à trois termes" [Theory of logical equations in three words], *Bibilothèque du Congrès International de Philosophie, III.* Paris: Librairie Armand Colin, 1901, pp. 201–235. (In French)

[57] *Revue de Métaphysique et de Morale* [Review of Metaphysics and Moral], 1900, Vol. 8, No. 5, pp. 503–698. (In French)

[58] Scott, Ch.A. "The International Congress of Mathematicians in Paris", *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1900, Vol. 7(2), pp. 57–79.

[59] Soulié, S. "La Revue de métaphysique et de morale et les congrès internationaux de philosophie (1900–1914): une contribution à la construction d'une Internationale philosophique" [Metaphysical Journal and morality and international Congress of Philosophy (1900–1914): a contribution to

the construction of a philosophical International], *Revue de métaphysique et de morale*, 2014, Vol. 84(4), pp. 467–481. (In French)

[60] *Verhandlungen der ersten internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich vom 9 bis 11. August 1897* [Negotiations of the first international Congress of Mathematicians in Zurich from 9 to 11 August 1897], herausgegeben von Dr. Ferdinand Rudio professor am eidgenössischen Polytechnikum. Leipzig: Druck und Verlag von B.G. Teubner, 1898. 320 pp. (In German)

Information for authors

• *Logical Investigations* accepts for submission papers containing original results in all areas of logic. The papers should not have been published or simultaneously submitted to another publication. (Sections of the journal: `http://eng.iph.ras.ru/log_inv.htm`)
• The Editor in Chief makes the decision which of the submitted articles should be published, with due account for opinions of the Editorial Board and the reviewers. The decision is made within two months since the date of submission of the manuscript.
• Authors are not charged for the publication.
• Papers should be submitted electronically in the $\LaTeX\,2_\varepsilon$ format (special permission of the editorial board is needed for submissions to be made in the MS Word format). While typesetting a paper, the style file li.sty and the master file li.tex should be used; both files, along with a sample paper file, can be accessed at `http://eng.iph.ras.ru/page49940199.htm`
• Papers should not exceed 24 pages in the above mentioned format (including the notes, the bibliography, the abstract).
• Footnotes should appear at the bottom of the page and should be numbered sequentially throughout the paper.
• In addition to the principal text, the manuscript should include the following mandatory elements:

1) Information about the author(s):
   - first and last names of the author;
   - affiliation;
   - full address of the place of work (including the postal code, country and city);
   - author's e-mail address.
2) abstract (100 to 200 words);
3) keywords (5-7 words/word combinations);
4) the list of works cited.

• The bibliographical references should be placed at the end of the paper as the general list ordered alphabetically, and formatted in strict accordance with the guidelines of the international bibliographical databases (Scopus and others). Please see the guidelines here: `http://eng.iph.ras.ru/page49940199.htm`

Submissions should be e-mailed to the following address:
logicalinvestigations@gmail.com

Информация для авторов

• Журнал «*Логические исследования*» принимает к публикации рукописи, содержащие изложение оригинальных результатов из различных областей современной логики, ранее не публиковавшиеся и не представленные к публикации в других изданиях. (Рубрики журнала см. `http://iph.ras.ru/login.htm`)

• Решение о публикации текста принимается главным редактором с учетом мнения редколлегии и оценки рецензентов. Решение о публикации принимается в течение двух месяцев с момента предоставления рукописи.

• Плата за опубликование рукописей не взимается.

• Рукопись должна быть представлена в электронном виде и оформлена в формате $\LaTeX\,2_\varepsilon$ (по согласованию с редколлегией — в MS Word с обязательным предоставлением pdf-файла). При подготовке рукописи в $\LaTeX\,2_\varepsilon$ необходимо использовать стиль li.sty. Стилевой файл размещен в правилах предоставления рукописей: `http://iph.ras.ru/login_rec.htm`

• Объем рукописи не должен превышать 24 стр. (60 тыс. знаков), включая ссылки, примечания, список литературы, аннотацию.

• Помимо основного текста, рукопись должна включать в себя следующие обязательные элементы на **русском** и **английском языках**:

1) сведения об авторе(ах):
    - фамилия, имя и отчество автора;
    - место работы;
    - полный адрес места работы (включая страну, индекс, город);
    - адрес электронной почты автора.
2) название статьи;
3) аннотация (от 100 до 200 слов);
4) ключевые слова (5-7 слов/словосочетаний);
5) список литературы.

• Цитируемая литература помещается в конце статьи общим списком в алфавитном порядке и оформляется строго в соответствии с правилами. Рукописи на русском языке обязательно должны содержать *два варианта представления списка литературы*:

1) список, озаглавленный «Литература» и выполненный в соответствии с требованиями ГОСТа.

2) список, озаглавленный «References» и выполненный в соответствии с требованиями международных библиографических баз данных.

(Правила оформления литературы — `http://iph.ras.ru/login_rec.htm`)

Статьи следует направлять по адресу
logicalinvestigations@gmail.com

Научно-теоретический журнал

Логические исследования / Logical Investigations
2016. Том 22. Номер 2

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-61228 от 03.04.2015 г.

Главный редактор: *А.С. Карпенко*

Ответственный секретарь: *Н.Е. Томова*

Редактор: *Е.А. Жукова*

Технические редакторы: *Ю.А. Аношина, Ю.В. Хорькова*

Художник: *Н.Н. Попов*

Подписано в печать с оригинал-макета 12.10.16.
Формат 70x100 1/16. Печать офсетная. Гарнитура Computer Modern.
Усл. печ. л. 10,45. Уч.-изд. л. 9,8. Тираж 1 000 экз. Заказ № 27.

Оригинал-макет изготовлен в Институте философии РАН

Компьютерная верстка: *Н.Е. Томова*

Отпечатано в ЦОП Института философии РАН
109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1

Свободная цена

Информацию о журнале «Логические исследования» см. на сайте:
`http://iph.ras.ru/login.htm`